Základní matematické vztahy

$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z) = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$, $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$	**Velikost vektoru**
$\vec{a}\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$, $\vec{a}\vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert\cos\varphi = ab\cos\varphi$	**Skalární součin**
$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$, $\vec{a}\times\vec{b} = \vec{i}\left(a_y b_z - a_z b_y\right) + \vec{j}\left(a_z b_x - a_x b_z\right) + \vec{k}\left(a_x b_y - a_y b_x\right)$, $\lvert\vec{a}\times\vec{b}\rvert = \lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert\sin\varphi$, $\vec{a}\times\vec{b} = -\vec{b}\times\vec{a}$	**Vektorový součin**
$\vec{a}\left(\vec{b}\times\vec{c}\right) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$	**Smíšený součin**
$\vec{a}\times\left(\vec{b}\times\vec{c}\right) = \vec{b}\left(\vec{a}\vec{c}\right) - \vec{c}\left(\vec{a}\vec{b}\right)$	**Dvojnásobný vektorový součin**
$\left([\vec{a}\times\vec{b}]\cdot[\vec{c}\times\vec{d}\,]\right) = \left(\vec{a}\cdot\vec{c}\right)\left(\vec{b}\cdot\vec{d}\right) - \left(\vec{b}\cdot\vec{c}\right)\left(\vec{a}\cdot\vec{d}\right)$	**Pravidlo pro součin**
$\vec{c} = \vec{a}\otimes\vec{b} = \begin{pmatrix} a_x b_x & a_x b_y & a_x b_z \\ a_y b_x & a_y b_y & a_y b_z \\ a_z b_x & a_z b_y & a_z b_z \end{pmatrix}$	**Dyadický součin**

$\dfrac{d\vec{a}(t)}{dt} = (\dfrac{da_x}{dt}, \dfrac{da_y}{dt}, \dfrac{da_z}{dt}) = \dfrac{da_x}{dt}\vec{i} + \dfrac{da_y}{dt}\vec{j} + \dfrac{da_z}{dt}\vec{k}$	**Derivace vektoru**
$d\vec{a}(t) = \vec{i}\,da_x + \vec{j}da_y + \vec{k}da_z$	**Diferenciál (přírůstek) vektoru**
$\dfrac{d}{dt}[S(t)\vec{a}(t)] = \dfrac{dS}{dt}\vec{a} + S\dfrac{d\vec{a}}{dt}$, $\dfrac{d}{dt}[\vec{a}(t)\vec{b}(t)] = \dfrac{d\vec{a}}{dt}\vec{b} + \vec{a}\dfrac{d\vec{b}}{dt}$ $\dfrac{d}{dt}[\vec{a}(t)\times\vec{b}(t)] = \dfrac{d\vec{a}}{dt}\times\vec{b} + \vec{a}\times\dfrac{d\vec{b}}{dt}$	**Derivace součinu**
$\delta\vec{a} = \delta\vec{\varphi}\times\vec{a}$ $\delta\vec{\varphi} = \vec{c}\delta\varphi$ (vektor otočení)	**Elementární otočení vektoru** **kolem osy**
$dY = \sum_{i=1}^{N}\dfrac{\partial f}{\partial X_i}dX_i$	**Totální diferenciál funkce**
$f(x_0+\Delta x) = f(x_0) + \dfrac{f'(x_0)}{1!}\Delta x + \dfrac{f''(x_0)}{2!}\Delta x^2 \ldots$	**Taylorův rozvoj funkce**
$\sin\alpha = \alpha - \dfrac{\alpha^3}{3} + \dfrac{\alpha^5}{5} - \ldots$ $\cos\alpha = 1 - \dfrac{\alpha^2}{2} + \dfrac{\alpha^4}{4} - \ldots$ $e^x = 1 + x + \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3} + \ldots$ $\varepsilon << 1 \quad \Rightarrow \quad (1\pm\varepsilon)^n = 1 \pm n\varepsilon$	**Taylorův rozvoj některých** **funkcí**

$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$	**Eulerův vztah**
$\nabla = \vec{i}\dfrac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\dfrac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\dfrac{\partial}{\partial z}, \quad \dfrac{d}{d\vec{r}} \equiv \nabla$	**Hamiltonův operátor „nabla“**
$\Delta = \nabla^2 = \nabla \cdot \nabla = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$	**Laplaceův operátor**
$\vec{a}(t, \vec{b}(t))$, $\dfrac{\mathrm{d}\vec{a}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\partial \vec{a}}{\partial t} + (\dfrac{\mathrm{d}\vec{b}}{\mathrm{d}t} \cdot \nabla) \cdot \vec{a}$	**Derivace složené vektorové funkce**
$\mathrm{grad}\, S = \nabla \cdot S = \dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\vec{r}} = \left(\dfrac{\partial S}{\partial x}, \dfrac{\partial S}{\partial y}, \dfrac{\partial S}{\partial z} \right)$	**gradient skaláru** ***S***
$\mathrm{div}\, \vec{v} = (\nabla \cdot \vec{v}) = \left(\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\vec{r}} \cdot \vec{v} \right) = \left(\dfrac{\partial v_x}{\partial x} + \dfrac{\partial v_y}{\partial y} + \dfrac{\partial v_z}{\partial z} \right)$	**divergence vektoru**
$\mathrm{rot}\, \vec{v} = \nabla \times \vec{v} = \left[\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\vec{r}} \times \vec{v} \right]$ $\mathrm{rot}\, \vec{v} = \left(\dfrac{\partial v_z}{\partial y} - \dfrac{\partial v_y}{\partial z} \right)\vec{i} + \left(\dfrac{\partial v_x}{\partial z} - \dfrac{\partial v_z}{\partial x} \right)\vec{j} + \left(\dfrac{\partial v_y}{\partial x} - \dfrac{\partial v_x}{\partial y} \right)\vec{k}$	**rotace vektoru**
$\oint_\Omega S \mathrm{d}\vec{\Omega} = \int_V \mathrm{grad} S \, \mathrm{d}V$	**Gaussova věta pro skalární pole**
$\oint_\Omega (\vec{A} \cdot \mathrm{d}\vec{\Omega}) = \int_V \mathrm{div}\, \vec{A} \, \mathrm{d}V$	**Gaussova věta pro vektorové pole**

$\oint_{\Omega}\left(\mathrm{d}\vec{\Omega}\times\vec{A}\right)=\int_{V}\mathrm{rot}\,\vec{A}\,\mathrm{d}V$	**Gaussova věta pro vektorové pole**
$\oint_{\Omega}\mathrm{rot}\,\vec{A}\,\mathrm{d}\vec{\Omega}=\int_{\Gamma}\vec{A}\,\mathrm{d}\vec{r}$	**Stokesova věta**
$\oint_{\Omega}\left(p\cdot\nabla q-q\cdot\nabla p\right)\mathrm{d}\vec{\Omega}=\int_{V}(p\Delta q-q\Delta p)\,\mathrm{d}V$	**Greenova věta**
$\mathrm{rot}\,\vec{A}=0$ $\frac{\partial A_x}{\partial y}=\frac{\partial A_y}{\partial x},\ \frac{\partial A_y}{\partial z}=\frac{\partial A_z}{\partial y},\ \frac{\partial A_z}{\partial x}=\frac{\partial A_x}{\partial z}$	**Nevírové (potenciálové) pole**
$\mathrm{div}\,\vec{A}=\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}=0$	**Nezřídlové (solenoidální) pole**
$\vec{A}=-\mathrm{grad}\,\Phi+\mathrm{rot}\,\vec{V}$	**Obecné vektorové pole**
$\mathrm{rot}\,\vec{A}=0\quad\Rightarrow\quad\vec{A}=-\mathrm{grad}\,\Phi$	**Skalární potenciál Φ**
$\mathrm{div}\,\vec{A}=0\quad\Rightarrow\quad\vec{A}=\mathrm{rot}\,\vec{V}$	**Vektorový potenciál V**
$C=\oint_{\ell}\vec{A}\,\mathrm{d}\vec{r}$	**Cirkulace vektoru podél křivky**
$\mathrm{grad}\,f(x_i)=\frac{\partial f}{\partial x_1}\mathrm{grad}\,x_1+\ldots+\frac{\partial f}{\partial x_n}\mathrm{grad}\,x_n$	**Gradient funkce více proměnných**
$\mathrm{grad}\,(fg)=f\cdot\mathrm{grad}\,g+g\cdot\mathrm{grad}\,f$	**Gradient součinu skalárních funkcí**

$\mathrm{div}\,\mathrm{grad}\, f = \nabla^2 f = \Delta f$ $\mathrm{div}\,(f \cdot \vec{A}) = \vec{A} \cdot \nabla f + f \cdot \mathrm{div}\, \vec{A}$ $\mathrm{rot}\,\mathrm{grad}\, f = 0$ $\mathrm{div}\ \mathrm{rot}\ \vec{A} = 0$ $\mathrm{div}\,(\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot \mathrm{rot}\, \vec{A} - \vec{A} \cdot \mathrm{rot}\, \vec{B}$ $\mathrm{grad}\,(\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{B} \cdot \nabla)\, \vec{A} + (\vec{A} \cdot \nabla)\, \vec{B} + \vec{B} \times \mathrm{rot}\, \vec{A} + \vec{A} \times \mathrm{rot}\, \vec{B}$ $\mathrm{rot}\,(\vec{A} \times \vec{B}) = (\vec{B} \cdot \nabla)\, \vec{A} - (\vec{A} \cdot \nabla)\, \vec{B} + \vec{A}\, \mathrm{div}\, \vec{B} - \vec{B}\, \mathrm{div}\, \vec{A}$ $\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\, \vec{A} = \mathrm{grad}\,\mathrm{div}\, \vec{A} - \Delta \vec{A}$	**Vybrané vztahy vektorové analýzy**
$\mathrm{grad}\, r = \dfrac{\vec{r}}{r}$	**Gradient velikosti polohového vektoru**
$\mathrm{grad}\, f(r) = \dfrac{\vec{r}}{r} \dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}r}$	**Gradient funkce velikosti polohového vektoru**