

Základy atomové fyziky

6. Určete energii a frekvenci fotonu, který se vyzáří při přechodu elektronu z třetí do druhé energetické hladiny v atomu vodíku.

Řešení:

Pro frekvenci a energii fotonu platí

$$\nu_{3,2} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = 4,57 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1},$$

$$E_{3,2} = h\nu_{3,2} = hR \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = hR \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 1,89 \text{ eV},$$

kde $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ je Rydbergova konstanta, n a m jsou kvantová čísla odpovídající jednotlivým energetickým hladinám a $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ je Planckova konstanta.

7. Vypočítejte ionizační potenciál φ atomu vodíku a určete, jakou rychlostí v se bude pohybovat elektron, který byl ionizován fotonem o vlnové délce $\lambda = 70 \text{ nm}$.

Řešení:

Pro ionizační energii E_i a odpovídající ionizační potenciál φ_i platí

$$E_i = hR \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = hR, \quad \varphi_i = \frac{E_i}{e} = \frac{hR}{e} = 13,6 \text{ eV}.$$

kde $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ je Rydbergova konstanta, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ je Planckova konstanta a $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ je náboj elektronu. Energie fotonu, který způsobí ionizaci atomu vodíku je

$$E_f = \frac{hc}{\lambda} = 17,76 \text{ eV},$$

kde $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ je rychlost světla. Podle zákona zachování energie musí platit

$$E_f = E_i + \frac{mv^2}{2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2(E_f - E_i)}{m}} = 1,2 \cdot 10^6 \text{ m/s},$$

kde $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ je hmotnost elektronu.

8. Vypočtete, kolik procent hmotnosti neutrálního atomu $^{12}_6\text{C}$ tvoří elektronový obal atomu. Hmotnost atomu $m = 19,9272 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ a hmotnost elektronu $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

Řešení:

Pro procentní podíl p hmotnosti elektronového obalu m_o dostaneme

$$p = \frac{m_o}{m} \cdot 100 = \frac{Zm_e}{m} \cdot 100 = 0,0274\%,$$

kde Z je počet elektronů v atomu uhlíku.

9. Vypočtete vazební energii jádra atomu helia ^4_2He , jestliže hmotnost atomu helia $m_{\text{He}} = 6,6467 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, hmotnost protonu $m_p = 1,6736 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ a hmotnost neutronu $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Řešení:

Pro vazební energii jádra platí

$$E = (Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{He}})c^2 = 28,4 \text{ MeV},$$

kde $Z = 2$ je počet protonů a $(A - Z) = 2$ je počet neutronů v jádře.

10. Vypočtete kolikrát se zmenší hmota radioaktivního izotopu za dobu $t_2 = 3$ roky, jestliže za $t_1 = 1$ rok klesne $k = 4$ krát.

Řešení: Pro průběh počtu atomů při radioaktivním rozpadu platí $N = N_0 e^{-\lambda t}$, kde N_0 je počáteční množství atomů radioaktivního izotopu v čase $t_0 = 0$ a λ je tzv. rozpadová konstanta. Vyjádříme-li nyní poměr mezi počtem atomů N_1 radioaktivního izotopu po uplynutí doby t_1 a počátečním počtem N_0 , potom získáme

$$\frac{N_0}{N_1} = e^{\lambda t_1} = k \Rightarrow \lambda = \frac{\ln k}{t_1}.$$

Pro poměr mezi počátečním počtem N_0 atomů radioaktivního izotopu a počtem po uplynutí doby t_2 obdržíme

$$\frac{N_0}{N_2} = e^{\lambda t_2} = e^{\frac{\ln k}{t_1} t_2} = e^{3 \ln 4} = 64.$$

11. Počáteční rychlost rozpadu (tzv.aktivita) $m = 1$ g radia $^{226}_{88}\text{Ra}$ je $A_0 = 1$ Bq. Vypočtěte poločas rozpadu $T_{1/2}$ uvedeného izotopu. Molární hmotnost izotopu radia $M_m = 226 \cdot 10^{-3}$ kg/mol .

Řešení:

Pro průběh radioaktivního rozpadu a poločas rozpadu $T_{1/2}$ platí

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}.$$

Rychlost rozpadu (aktivita) je definována jako

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}.$$

Pro počáteční aktivitu A_0 a následně pro poločas rozpadu $T_{1/2}$ obdržíme

$$A_0 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_0 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \frac{m N_A}{M_m} \quad \Rightarrow \quad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{A_0} \cdot \frac{m N_A}{M_m} = 1582 \text{ let}.$$