## Vlastnosti záření a látek

**14.** Zdroj monochromatického světla o vlnové délce $\lambda_0 = 0{,}5\,\mu\text{m}$ se pohybuje směrem k pozorovateli rychlostí $u = 0{,}15c$ ($c = 3\cdot 10^8\,\text{m/s}$ je rychlost světla ve vakuu). Určete vlnovou délku λ, kterou zaregistruje pozorovatel.

**Řešení:**
Pro frekvenci ν záření, které registruje pozorovatel platí v důsledku Dopplerova jevu

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1-(v/c)^2}}{1+(v/c)\cos\vartheta},$$

kde $\vartheta = \pi$. Vlnovou délku λ potom určíme ze vztahu

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \lambda_0 \sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}} = 430\ \text{nm}.$$

**15.** Určete rychlost $v$ a kinetickou energii $E_k$ elektronů, jestliže v prostředí s indexem lomu $n = 1{,}54$ detekujeme Čerenkovské záření pod úhlem $\vartheta = 30^\circ$ vzhledem ke směru pohybu částic. Hmotnost elektronu $m = 9{,}1\cdot 10^{-31}\,\text{kg}$ a rychlost světla ve vakuu $c = 3\cdot 10^8\ \text{m/s}$.

**Řešení:**
Při pohybu v prostředí o indexu lomu $n$ rychlostí $v > c/n$ vysílá nabitá částice elektromagnetické záření, tzv.Čerenkovské záření pod úhlem

$$\cos\vartheta = \frac{c}{nv} \qquad \Rightarrow \qquad v = \frac{c}{n\cos\vartheta} = 0{,}75c.$$

Pro kinetickou energii elektronů poté vypočteme

$$E_k = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - 1\right) = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{n\cos\vartheta}\right)^2}} - 1\right) = 0{,}511mc^2 = 0{,}261\,\text{GeV}$$

.

**16.** Předpokládejme, že Slunce vyzařuje jako černé těleso a maximální hodnotě spektrální hustoty zářivého toku odpovídá vlnová délka $\lambda_{max} = 0{,}5\ \mu\mathrm{m}$. Určete teplotu povrchu Slunce $T$, energii $E$ vyzářenou Sluncem za čas $t = 10$ min. a příslušný úbytek hmoty $\Delta m$, jestliže Slunce uvažujeme jako kouli o poloměru $R = 6{,}95 \cdot 10^8\,\mathrm{m}$. Dále vypočtěte intenzitu $I$ záření, která dopadá na zemský povrch, jestliže vzdálenost Slunce od Země je $d \doteq 150 \cdot 10^9\,\mathrm{m}$.

**Řešení:**

Vlnovou délku $\lambda_{max}$, pro kterou je intenzita vyzařování $H_\lambda$ maximální, získáme pomocí Planckova vyzařovacího zákona

$$\frac{\mathrm{d}H_\lambda}{\mathrm{d}\lambda} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\lambda}\left(\frac{C_1}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1}\right) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \lambda_{max} = \frac{b}{T},$$

kde $C_1 \doteq 3{,}74 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{Wm^2}$, $C_2 \doteq 1{,}44 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{Km}$ a $b = 0{,}00289\ \mathrm{Km}$. Z tohoto vztahu dostaneme pro teplotu povrchu Slunce

$$T = \frac{b}{\lambda_{max}} \doteq 5800\ \mathrm{K}.$$

Pro vyzářenou energii $E$ můžeme s použitím Stefan-Boltzmanova zákona psát

$$E = H_e S t = \sigma T^4 S t = \sigma T^4 4\pi R^2 t = 2{,}34 \cdot 10^{29}\,\mathrm{J},$$

kde $\sigma = 5{,}6687 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}$ a $S$ je plocha povrchu Slunce. Odpovídající úbytek hmotnosti $\Delta m$ za dobu $t$ potom vypočteme jako $\Delta m = E / c^2 = 2{,}6 \cdot 10^{12}\,\mathrm{kg}$. Povrch Slunce vyzáří za jednotku času energii $E_S = H_e S = 4\pi R^2 \sigma T^4$ a tudíž intenzita záření ve vzdálenosti $d$ od Slunce je rovna podílu vyzářené energie k ploše koule o poloměru $d$

$$I = \frac{E_S}{4\pi d^2} = \frac{R^2 \sigma T^4}{d^2} = 1377\ \mathrm{W/m^2}.$$

**17.** Foton o frekvenci ν po dopadu na atom určitého kovu excituje fotoelektron, který opustí atom. Pro překonání potenciální bariéry při fotoefektu je potřeba výstupní práce *A*. Určete, jakou rychlostí *v* se bude uvolněný elektron pohybovat (klidová hmotnost elektronu $m_e = 9{,}1095 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$ .). Uvažujte jak klasický tak relativistický případ pro dopad rentgenového záření s vlnovou délkou $\lambda = 0{,}25 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}$ na stříbro, jehož výstupní práce $A = 4{,}7\ \mathrm{eV}$ .

**Řešení:**

Fotoelektron bude mít kinetickou energii rovnou $E_k = h\nu - A$. Pro kinetickou energii elektronu v klasickém případě potom platí

$$E_k = \frac{1}{2} m_e v^2 = h\nu - A \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{\frac{2(h\nu - A)}{m_e}} = \sqrt{\frac{2(\frac{hc}{\lambda} - A)}{m_e}} = 1{,}32 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}\,.$$

V relativistickém případě bude

$$E_k = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - 1\right) = h\nu - A, \quad E_0 = m_e c^2$$

a úpravou získáme

$$v = c\sqrt{\frac{2E_k}{E_k + E_0}} = 0{,}42c = 1{,}26 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}\,.$$