Geometrická optika

1. Určete, jakým způsobem bude procházet paprsek, který dopadá kolmo na stranu AB pravoúhlého hranolu, jež je zhotoven ze skla s indexem lomu $n_1 = 1{,}6$. Jak se změní chod paprsku, jestliže okolní prostředí nebude vzduch ($n_2 = 1$), ale voda s indexem lomu $n_2 = 1{,}33$?

Řešení:

Pro mezní úhel α_m na rozhraní sklo-vzduch platí podle zákona lomu

$$\sin\alpha_m = \frac{1}{n_1} \qquad \Rightarrow \qquad \alpha_m \approx 38^\circ 42'.$$

Jelikož úhel dopadu $\alpha = 45^\circ$ je větší nežli α_m, nastává na tomto rozhraní totální odraz. Obdobně tomu je na druhé boční stěně. Paprsek vyjde z hranolu v opačném směru nežli dopadající paprsek.

Ponoříme-li hranol do vody, potom pro mezní úhel na rozhraní sklo-voda platí podle zákona lomu

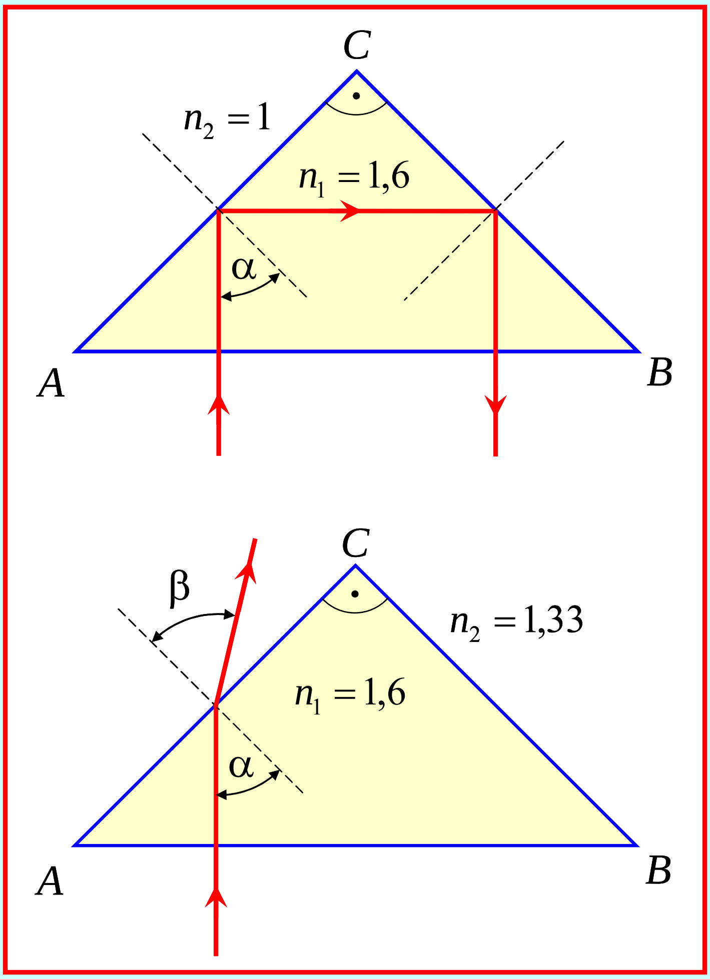
$$\sin\alpha_m = \frac{n_2}{n_1} = 0{,}831$$

$$\Rightarrow \qquad \alpha_m \approx 56^\circ 13'.$$

Jelikož úhel dopadu $\alpha = 45^\circ$ je menší nežli α_m, nenastává na tomto rozhraní totální odraz a paprsek se lomí pod úhlem

$$\sin\beta = \frac{n_1}{n_2}\sin\alpha = 0{,}851$$

$$\Rightarrow \qquad \beta \approx 58^\circ 17'.$$



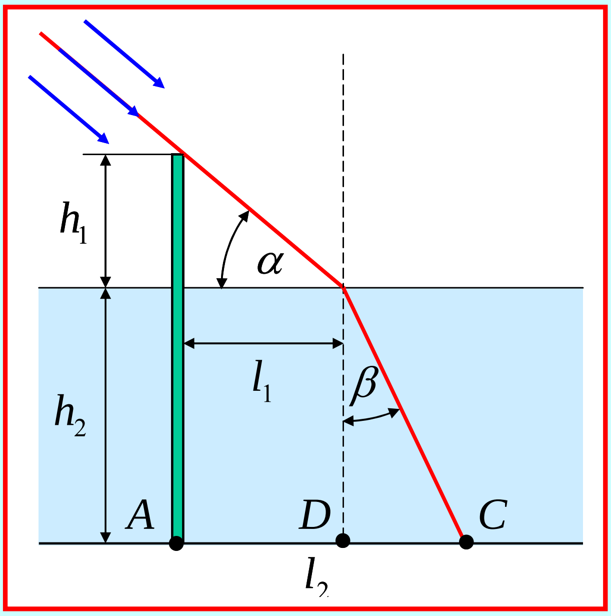
2. Hráz vyčnívá z vody do výšky $h_1 = 1{,}5\ \mathrm{m}$ nad hladinu. Určete délku stínu l_1 resp. l_2 na povrchu vodní hladiny resp. na dně řeky, jestliže sluneční paprsky dopadají pod úhlem $\alpha = 40^\circ$ na povrch hladiny, $n = 1{,}33$ je index lomu vody a $h_2 = 3\ \mathrm{m}$ je hloubka řeky.

Řešení:

Z obrázku vyplývá pro délky jednotlivých stínů

$$l_1 = |AD| = \frac{h_1}{\operatorname{tg}\alpha} \approx 1{,}79\ \mathrm{m}\,,$$

$$l_2 = |AC| = l_1 + h_2 \operatorname{tg}\beta\,.$$



Ze zákona lomu plyne pro úhel β

$$\sin\beta = \frac{1}{n}\sin(90^\circ - \alpha) = \frac{1}{n}\cos\alpha\,,$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\sin\beta}{\sqrt{1-\sin^2\beta}} = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2 - \cos^2\alpha}}\,.$$

Dosazením získáme pro délku stínu l_2 na dně

$$l_2 = |AC| = l_1 + h_2 \operatorname{tg}\beta = \frac{h_1}{\operatorname{tg}\alpha} + h_2 \frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2 - \cos^2\alpha}} = 3{,}91\ \mathrm{m}\,.$$

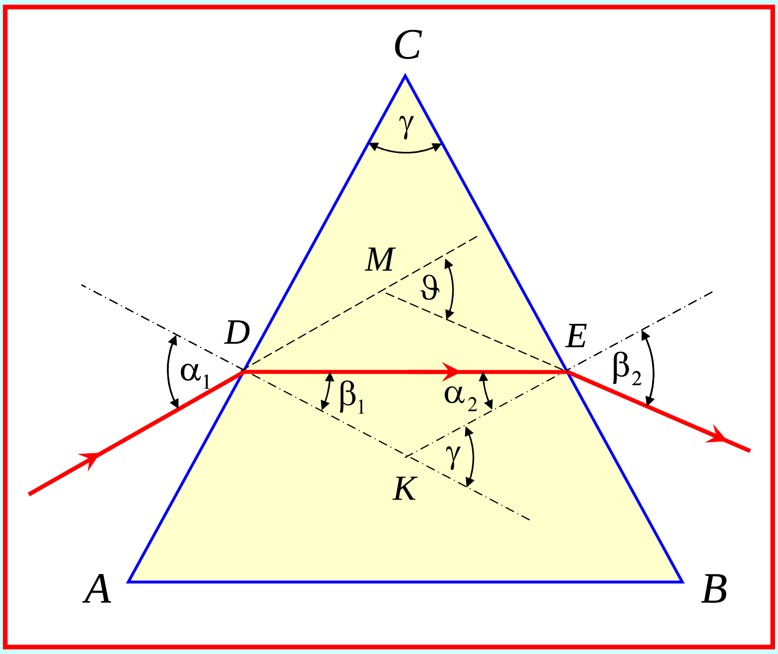
3. Paprsek monochromatického světla dopadá pod úhlem $\alpha_1 = 60^\circ$ na boční stranu hranolu s vrcholovým úhlem $\gamma = 40^\circ$. Hranol je zhotoven ze skla s indexem lomu $n = 1{,}54$. Určete, pod jakým úhlem β_2 bude vycházet paprsek z hranolu a o jaký úhel ϑ bude vychýlen od směru dopadajícího paprsku.

Řešení:

Z obrázku vyplývá, že

$$\alpha_2 = \gamma - \beta_1,$$

$$\beta_2 = \gamma + \vartheta - \alpha_1 .$$



Podle zákona lomu dále platí pro úhly dopadu a lomu na obou bočních plochách hranolu

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta_1} = n, \qquad \frac{\sin\alpha_2}{\sin\beta_2} = \frac{1}{n}.$$

Dosadíme-li z předchozích vztahů, potom dostaneme

$$\sin\beta_2 = n\sin(\gamma - \beta_1) = n\sin\left[\gamma - \arcsin\left(\frac{\sin\alpha_1}{n}\right)\right] \quad \Rightarrow \quad \beta_2 = 8^\circ 55' 27''.$$

$$\vartheta = \beta_2 + \alpha_1 - \gamma = 28^\circ 55' 27''.$$

4. Předmět je umístěn ve vzdálenosti $a = 2R$ od vydutého sférického zrcadla, kde R je poloměr křivosti zrcadla. Sestrojte zobrazení předmětu.

Řešení:

Pro sférické zrcadlo platí následující zobrazovací rovnice

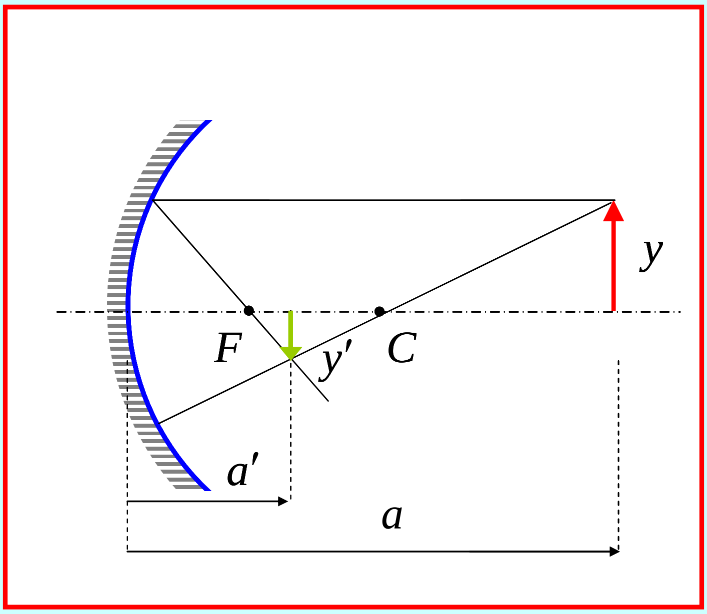
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f},$$

z čehož plyne pro polohu obrazu

$$a' = \frac{2}{3}R.$$

Pro velikost obrazu y' plyne

$$y' = my = y\frac{f}{f-a} = -\frac{a'}{a}y = -\frac{y}{3}.$$



5. Určete poloměr křivosti R sférické plochy plankonvexní čočky a ohniskovou vzdálenost f', jestliže její optická mohutnost $\varphi = 4$ dioptrie. Index lomu materiálu čočky $n = 1{,}6$.

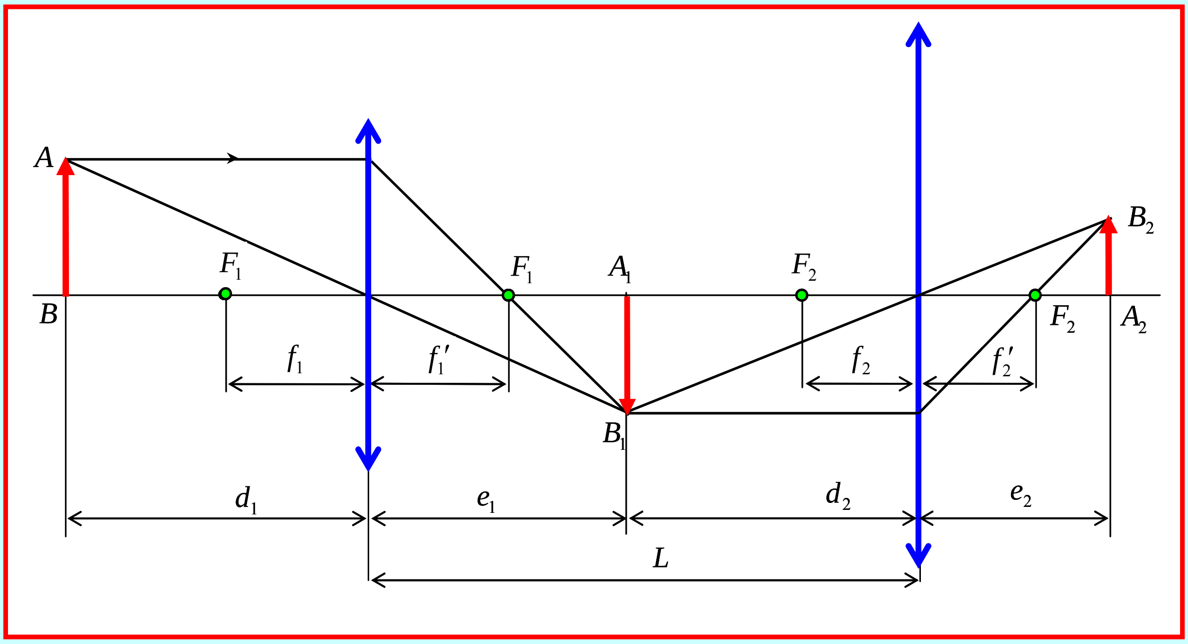
Řešení: Budeme-li uvažovat tenkou čočku, potom platí pro optickou mohutnost plankonvexní čočky ($R_1 = \infty$, $R_2 = -R$)

$$\varphi = \frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{(n-1)}{R} \qquad \Rightarrow \qquad R = \frac{(n-1)}{\varphi} = 15\ \text{cm}, \quad f' = \frac{1}{\varphi} = 0{,}25\ \text{m}.$$

6. Optická soustava se skládá ze dvou tenkých čoček, jejichž ohniskové vzdálenosti jsou $f_1' = 10\text{ cm}$, $f_2' = 5\text{ cm}$. Čočky jsou vzdáleny $L = 35\text{ cm}$ od sebe. Předmět o velikosti $h = 10\text{ cm}$ se nachází $d_1 = -25\text{ cm}$ před první čočkou. Určete, kde se nachází obraz, jakou má velikost a jak je velké příčné zvětšení *m* takovéto soustavy.

Řešení: Ze zobrazovací rovnice pro tenkou čočku plyne pro vzdálenost obrazu

$$\frac{1}{e_1} - \frac{1}{d_1} = \frac{1}{f_1'} \quad \Rightarrow \quad e_1 = \frac{f_1' d_1}{d_1 + f_1'} = 16{,}67\text{ cm}.$$



Příčné zvětšení první čočky je potom $m_1 = \frac{e_1}{d_1} = \frac{f_1'}{d_1 + f_1'} = -0{,}667$.

Druhá čočka nám zobrazuje obraz vytvořený první čočkou, tj. platí

$$d_2 = e_1 - L = \frac{f_1' d_1}{d_1 + f_1'} - L = -18{,}33\text{ cm}, \qquad e_2 = \frac{f_2' d_2}{d_2 + f_2'} = 6{,}875\text{ cm}.$$

Příčné zvětšení druhé čočky a výsledné zvětšení optické soustavy je tedy

$$m_2 = \frac{e_2}{d_2} = \frac{f_2}{d_2 - f_2} = -0{,}375 \text{ a} \qquad m = m_1 m_2 = \frac{f_1 f_2}{(d_1 - f_1)(d_2 - f_2)} = 0{,}25.$$

Výsledná velikost obrazu je $h' = mh = 2{,}5\text{ cm}$.