

Dynamika hmotných bodů

- Určete, jakou maximální rychlostí v_{\max} může projet automobil o hmotnosti $m = 1200$ kg zatáčkou o poloměru $r = 50$ m, jestliže koeficient smykového tření pneumatik na vozovce $\mu = 0,3$. Uvažujte též se sklopením vozovky α a určete průjezdovou rychlost pro hodnoty $\alpha_1 = 5^\circ$, $\alpha_2 = 0^\circ$ a $\alpha_3 = -5^\circ$.

$$[v_{1,\max} = 13,97 \text{ m/s}, \quad v_{2,\max} = 12,13 \text{ m/s}, \quad v_{3,\max} = 10,08 \text{ m/s}]$$

- Jaká může být maximální velikost hnacího momentu M_{\max} působícího na nápravu automobilu, aby nenastalo prosmýknutí kol. Součinitel smykového tření mezi pneumatikami a vozovkou $\mu_0 = 0,3$, poloměr kola $r = 30$ cm a síla zatěžující nápravu $G = 5000$ N.

$$[M_{\max} = 450 \text{ Nm}]$$

- Máme homogenní ocelový válec o poloměru $r = 10$ cm na nakloněné rovině. Určete takový sklon nakloněné roviny α , pro který se bude válec smýkat resp. valit po této rovině. Součinitel smykového tření v klidu $\mu_0 = 0,3$ a součinitel valivého tření $\mu_v = 0,01$ cm.

$$[\alpha_s \geq 16^\circ 41', \quad 16^\circ 41' \geq \alpha_v \geq 3' 26'']$$

- Automobil o hmotnosti $m = 1,8$ t jede rovnoměrně do kopce se stoupáním $h = 3$ m na dráze $L = 100$ m. Určete výkon P automobilu a práci A , kterou automobil vykoná na dráze $s = 5$ km, jestliže dráhu s ujel za $t = 5$ min., součinitel valivého tření mezi vozovkou a pneumatikami je $\mu_v = 30$ mm, poloměr kola $r = 300$ mm a odporová síla je úměrná kvadrátu rychlosti, tj. $F_o = kv^2$, kde koeficient $k = 0,7 \text{ Nm}^{-2}\text{s}^{-2}$.

$$[A = 4,42 \text{ MJ}, \quad P = 14,7 \text{ kW}]$$

- Kovová kulička o hmotnosti $m = 0,1$ kg padá z výšky $h_1 = 80$ cm na pevnou podložku. Určete, do jaké výšky h_2 se odrazí, jestliže víte, že koeficient rezistence $\varepsilon = v_2/v_1 = 0,95$ (v_1 je rychlost před nárazem a v_2 je rychlost po nárazu). Dále vypočtete velikost impulsu síly I při nárazu a velikost střední nárazové síly F , jestliže náraz trval $\Delta t = 0,01$ s.

$$[h_2 = 72,2 \text{ cm}, \quad I = 0,773 \text{ kgms}^{-1}, \quad F = 77,3 \text{ N}]$$

- Určete práci A nutnou k překlopení těžkého kvádrů o hmotnosti $m = 2000$ kg, výšce $h = 2$ m a čtvercové podstavě s hranou $a = 1$ m.

$$[A = 2316 \text{ J}]$$

- Jaký je výkon turbíny vodní elektrárny o účinnosti $\eta = 60 \%$, jestliže při spádu $h = 10$ m, proteče za $t = 1$ s turbínou voda o objemu $V = 15 \text{ m}^3$.

$$[P = 882,9 \text{ kW}]$$

- Na hladké vodorovné desce jsou tři kvádry o hmotnostech m_1, m_2, m_3 , které jsou propojeny lankem. Na lanku je přes kladku je zavěšeno závaží o hmotnosti M . Vypočtete zrychlení soustavy a a namáhání vláken T_1, T_2 a T_3 , která spojují jednotlivá tělesa. Tření na desce a tření kladky pro jednodučnost zanedbejte. Hmotnost lanka a kladky je vůči hmotnosti těles zanedbatelná.

$$\left[a = \frac{Mg}{M + m_1 + m_2 + m_3}, \quad T_1 = (m_1 + m_2 + m_3)a, \quad T_2 = (m_2 + m_3)a, \quad T_3 = m_3a \right]$$

- Po nakloněné rovině s úhlem sklonu α se smývá těleso. Součinitel smykového tření je μ . Vypočtete zrychlení a tělesa.

$$[a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)]$$

- Vypočtete zrychlení a_1, a_2 těles o hmotnosti m_1, m_2 a namáhání vlákna T v mechanické soustavě volné a pevné kladky. Závaží m_2 je zavěšeno na volné kladce a závaží m_1 působí přes pevnou kladku. Hmotu kladek a vláken zanedbejte.

$$\left[a_1 = \frac{2m_1 - m_2}{2m_1 + \frac{m_2}{2}} g, \quad a_2 = -\frac{a_1}{2}, \quad T = \frac{3m_1 m_2 g}{4m_1 + m_2} \right]$$

- Vypočtete sílu F , kterou působí puška při výstřelu na rameno střelce, jestliže předpokládáme, že puška působí stálou silou, která posune rameno o $\Delta l = 1,5$ cm a střela opustí hlaveň okamžitě. Hmotnost pušky je 5 kg a hmotnost střely je 10 g. Rychlost, kterou opouští střela hlaveň je $v = 500 \text{ ms}^{-1}$.

$$[F = 166,7 \text{ N}]$$

- Dvě plné kuličky ze stejného materiálu padají ve vzduchu. Průměr první kuličky je dvakrát větší nežli průměr druhé. Vypočtete, v jakém poměru budou jejich rychlosti při ustáleném pohybu. Odpor vzduchu je úměrný průřezu a kvadrátu rychlosti pohybujících se kuliček.

$$[v_1 = \sqrt{2} v_2]$$

- Určete, jak se v čase mění rychlost tělesa, které vrhneme přímočaře svisle vzhůru s počáteční rychlostí v_0 . Hmotnost tělesa je m a odpor vzduchu uvažujte úměrný rychlosti tělesa, tj. $F_o = -Cv$.

$$\left[v = \frac{mg}{C} \left(\left(\frac{v_0 C}{mg} + 1 \right) e^{-\frac{C}{m} t} - 1 \right) \right]$$

- Plachetnice je po svinutí plachet bržděna odporem, který klade voda. Jak dlouho a jak daleko plachetnice dojede, pokud počáteční rychlost byla v_0 a odpor prostředí je úměrný kvadrátu rychlosti, tj. $F_o = -Kv^2$.

$$\left[v = \frac{mv_0}{m + Kv_0 t}, \quad s = \frac{m}{K} \ln \frac{m + Kv_0 t}{m} \right]$$

- Určete rychlost v a zrychlení a vozíku s pískem, na který působí konstantní síla F , přičemž na dně vozíku je otvor, kterým se sype písek. Za 1 sekundu se vysype písek o hmotnosti Δm . V okamžiku $t = 0$ byla rychlost v rovna nule, hmotnost písku byla m_1 a hmotnost vozíku m_2 . Za jak dlouho se písek vysype?

$$\left[a = \frac{F}{m_1 + m_2 - \Delta m t}, \quad v = \frac{F}{\Delta m} \ln \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2 - \Delta m t}, \quad t = m_1 / \Delta m \right]$$