Kinematika hmotných bodů

- Rychlost hmotného bodu dána jako $v = A + Bt + Ct^2$. Určete průměrnou rychlost v_p a průměrné zrychlení a_p v časovém intervalu $0 \leq t \leq \tau$.

  $$[v_p = A + B\frac{\tau}{2} + C\frac{\tau^2}{3}]$$

- Kámen padá volným pádem z výšky h = 1 km s nulovou počáteční rychlostí. Určete velikost drah s_1 a s_2, které urazí za první ($t_1 = 1\,\mathrm{s}$) resp. poslední ($t_2 = 1\,\mathrm{s}$) sekundu svého pádu.

  $$[s_1 = 4{,}9\,\mathrm{m}, s_2 \doteq 135\,\mathrm{m}]$$

- Polohový vektor popisující pohyb hmotného bodu je $\mathbf{r} = t^3\mathbf{i} + 3t^2\mathbf{j}$. Určete rychlost **v**, zrychlení **a** a velikosti rychlosti v a zrychlení a v čase t = 2 s.

  $$[v = 6{,}7\,\mathrm{m/s},\quad a = 8{,}48\,\mathrm{m/s^2}]$$

- Bombou z letadla máme zasáhnout cíl (tank), který se pohybuje stejným směrem jako letadlo. Letadlo letí rychlostí $v_{01} = 800\,\mathrm{km/h}$ ve výšce $h = 1000\,\mathrm{m}$ a cíl se pohybuje rychlostí $v_{02} = 50\,\mathrm{km/h}$ po povrchu Země. Určete, v jaké vodorovné vzdálenosti d od cíle musíme odhodit bombu, abychom cíl zasáhli. Odpor prostředí pro jednoduchost zanedbejte.

  $$[d \doteq 2975\,\mathrm{m}]$$

- Určete, za jak dlouho uslyšíme dopad kamene na dno propasti o hloubce $h = 300\,\mathrm{m}$, jestliže rychlost zvuku ve vzduchu $v_z = 340\,\mathrm{m/s}$. Odpor prostředí zanedbejte.

  $$[t = 8{,}7\,\mathrm{s}]$$

- Kolo se otáčí s úhlovým zrychlením $\varepsilon = 3\,\mathrm{rad/s^2}$. Určete poloměr R kola, jestliže bod na obvodu kola má v čase t = 1 s od počátku pohybu zrychlení a = 7,5 m/s^2.

  $$[R = 0{,}79\,\mathrm{m}]$$

- Kotouč se otáčí kolem své osy takovým způsobem, že úhel otočení závisí na čase kvadraticky, tj. $\varphi = At^2$ ($A = 0{,}5\,\mathrm{rad/s^2}$). V čase t = 2 s od počátku otáčení určete úhlovou rychlost ω, úhlové zrychlení ε a zrychlení a bodu kotouče, který se nachází ve vzdálenosti $R = 80\,\mathrm{cm}$ od osy.

  $$[a_t = 0{,}8\,\mathrm{m/s^2},\ a_n = 3{,}2\,\mathrm{m/s^2},\ a = 3{,}3\,\mathrm{m/s^2}]$$

- Řetěz přenáší otáčivý pohyb z kola o poloměru $r_1 = 8\,\text{cm}$ na kolo s poloměrem $r_2 = 2\,\text{cm}$. První kolo se otáčí s frekvencí $f_1 = 50$ ot./min. Určete, s jakou frekvencí f_2 se otáčí druhé kolo a jakou rychlostí v se pohybuje řetěz.

[$f_2 = 200$ ot./min.]

- Motorový člun se pohybuje rychlostí 54 km/h kolmo k toku řeky. Řeka teče v daném místě konstantní rychlostí 3 m/s. Vypočtěte výslednou rychlost člunu v a určete její směr α vzhledem k břehu řeky.

[$v = 15{,}3$ m/s, $\alpha = 78{,}7^\circ$]

- Člun se pohybuje na řece mezi dvěma místy A a B. Po proudu urazí vzdálenost $L = |AB| = 100\,\text{km}$ za čas $t_1 = 4\,\text{h}$ a proti proudu za $t_2 = 10\,\text{h}$. Určete rychlost toku řeky v_1 a rychlost člunu vůči vodě v_2, jestliže předpokládáme konstantní rychlost.

[$v_1 = 7{,}5$ km/h, $v_2 = 17{,}5$ km/h]

- Těleso urazilo při přímočarém rovnoměrném zrychleném pohybu se zrychlením a dva stejné, po sobě následující, úseky své dráhy o délce $L = 10\,\text{m}$ za $t_1 = 1{,}06\,\text{s}$ resp. $t_2 = 2{,}2\,\text{s}$. Vypočtěte počáteční rychlost v_0 a zrychlení a uvedeného pohybu.

[$v_0 = 11{,}5$ m/s, $a = -3$ m/s^2]

- Letadlo letí ve výšce H nad vodorovným povrchem rychlostí v a chce shodit bombu na cíl ležící před letadlem. Pod jakým úhlem α od svislého směru a v jaké vodorovné vzdálenosti D se musí nacházet cíl, aby na něj bomba dopadla. Odpor prostředí zanedbejte.

[$\alpha = \operatorname{arctg}\left(v\sqrt{\dfrac{2}{hg}}\right)$, $D = v\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$]

- Vypočtěte rychlost v kulky, která proletí při výstřelu vodorovným směrem dvěma překážkami, jež ji téměř nezbrzdí. Rychlost určete z poklesu průstřelů Δh mezi překážkami, jež jsou od sebe vzdáleny L. Odpor prostředí zanedbejte.

[$v = L\sqrt{\dfrac{g}{2\Delta h}}$]

- Cíl je umístěn na kopci ve vodorovné vzdálenosti L a je vidět z místa, kde je dělo pod úhlem α. Elevační úhel děla je β. Určete rychlost v_0, kterou musíme vystřelit náboj, abychom zasáhli cíl a velikost rychlosti v_1 při dopadu. Odpor prostředí zanedbejte.

[$v_0 = L\sqrt{\dfrac{gL}{2\cos^2\beta(\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\alpha)}}$, $v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gL\operatorname{tg}\beta + \dfrac{g^2L^2}{v_0^2\cos^2\beta}}$]

- Těleso bylo vrženo svisle vzhůru rychlostí $v_0 = 4{,}9\,\mathrm{m/s}$. Současně z maximální výšky, které toto těleso dosáhne, bylo volně puštěno druhé těleso, které padá volným pádem. Určete čas *t*, za který se tělesa střetnou, vzdálenost *H* od země a rychlosti obou těles v_1 a v_2 v okamžiku setkání. Odpor prostředí zanedbejte.

  [$t = 0{,}125$ s, $H = 53{,}6$ cm, $v_1 = 3{,}6$ m/s, $v_2 = 6{,}1$ m/s]

- Hmotný bod se pohybuje přímočarým zpomaleným pohybem, přičemž jeho rychlost je hyperbolickou funkcí času, tj. $v = K/t$, kde *K* je konstanta. Určete jeho zpomalení *a* a dráhu *s*, kterou urazí za čas *t*, jestliže jeho počáteční rychlost byla v_0. Odpor prostředí zanedbejte.

  [$a = -\dfrac{K}{t^2}$, $s = K\ln(t - Kv_0)$]

- Měsíc obíhá okolo Země s periodou T = 27 dní. Střední poloměr dráhy Měsíce je $R = 4 \cdot 10^5$ km. Určete obvodovou rychlost *v* a příslušné normálové zrychlení a_n, se kterým Měsíc obíhá kolem Země.

  [$v_0 = 3880$ km/h, $a = 38{,}1$ km/h^2]