

Elektromagnetické pole

Časově proměnné elektrické proudy

⊕ v čase se mění velikost proudu a napětí v obvodu

kvazistacionární proudy

- ⊕ elektromagnetický rozruch se šíří vodičem rychlostí světla c
- ⊕ doba potřebná k přenosu elmag.rozruchu obvodem délky L je výrazně kratší nežli rychlost časové změny proudu
- ⊕ lze použít Ohmův zákon a zákony Kirchhoffovy pro výpočet okamžitých hodnot proudu a napětí

periodické proudy

$$\tau = \frac{L}{c} \ll T$$

$$f = 50 \text{ Hz} \quad \longrightarrow \quad L \ll cT = \frac{c}{f} \doteq 6000 \text{ km}$$

Elektromagnetické pole

Střídavé proudy

- ⊕ pravidelný periodický průběh proudu a napětí v obvodu

$$\Phi = BS \cos \omega t$$

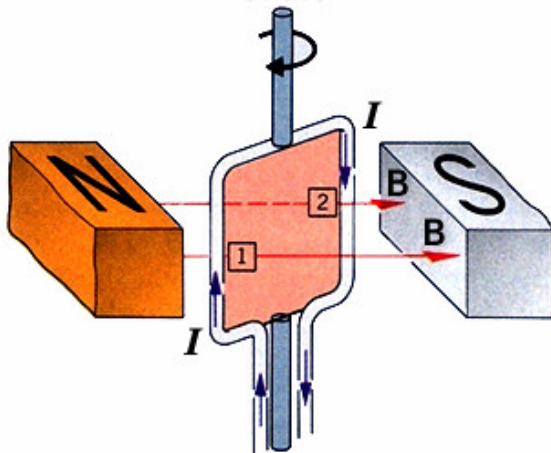
$$\varphi = \omega t$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

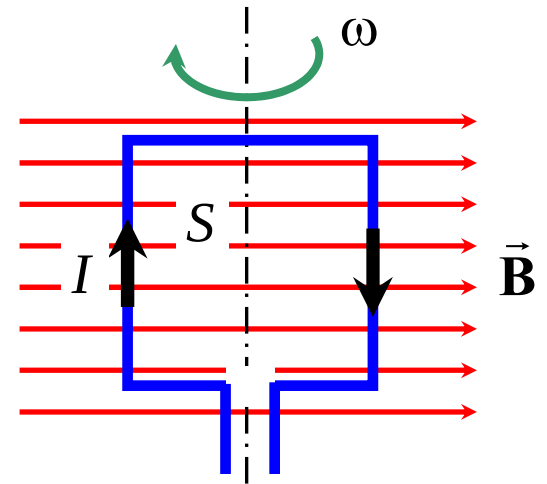
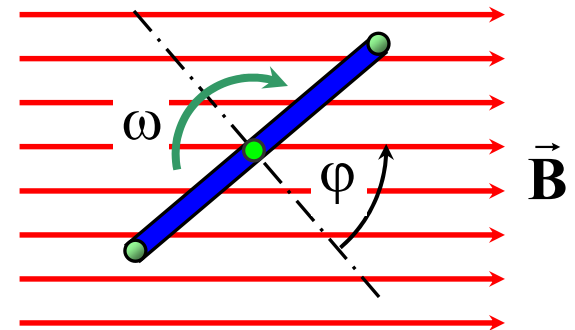
$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t = \varepsilon_m \sin \omega t$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t$$

harmonický
střídavý proud



otáčející se smyčka
v magnetickém poli

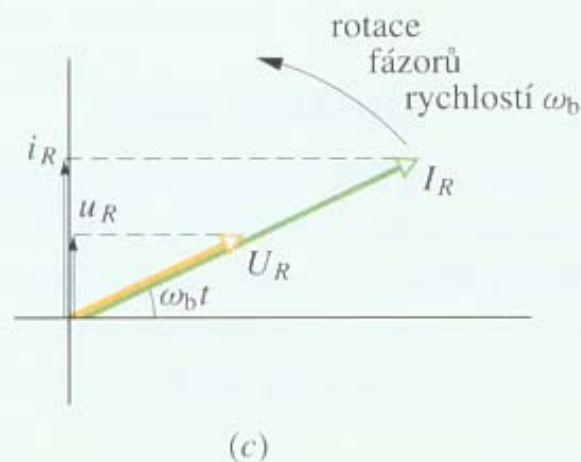
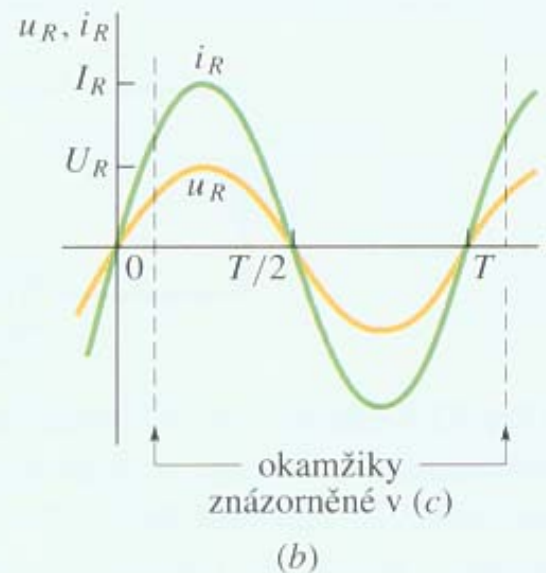
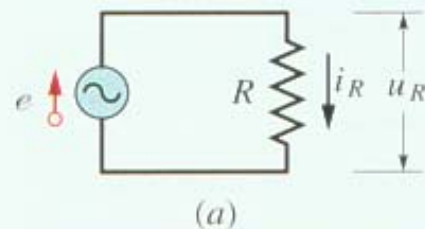


Elektromagnetické pole

Obvody střídavého proudu - R

$$u_R = U_m \sin \omega t$$

$$i_R = \frac{u_R}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t$$



Elektromagnetické pole

Obvody střídavého proudu - C

$$u_C = U_m \sin \omega t$$

$$du_C = \frac{dQ}{C} = \frac{i_C dt}{C}$$

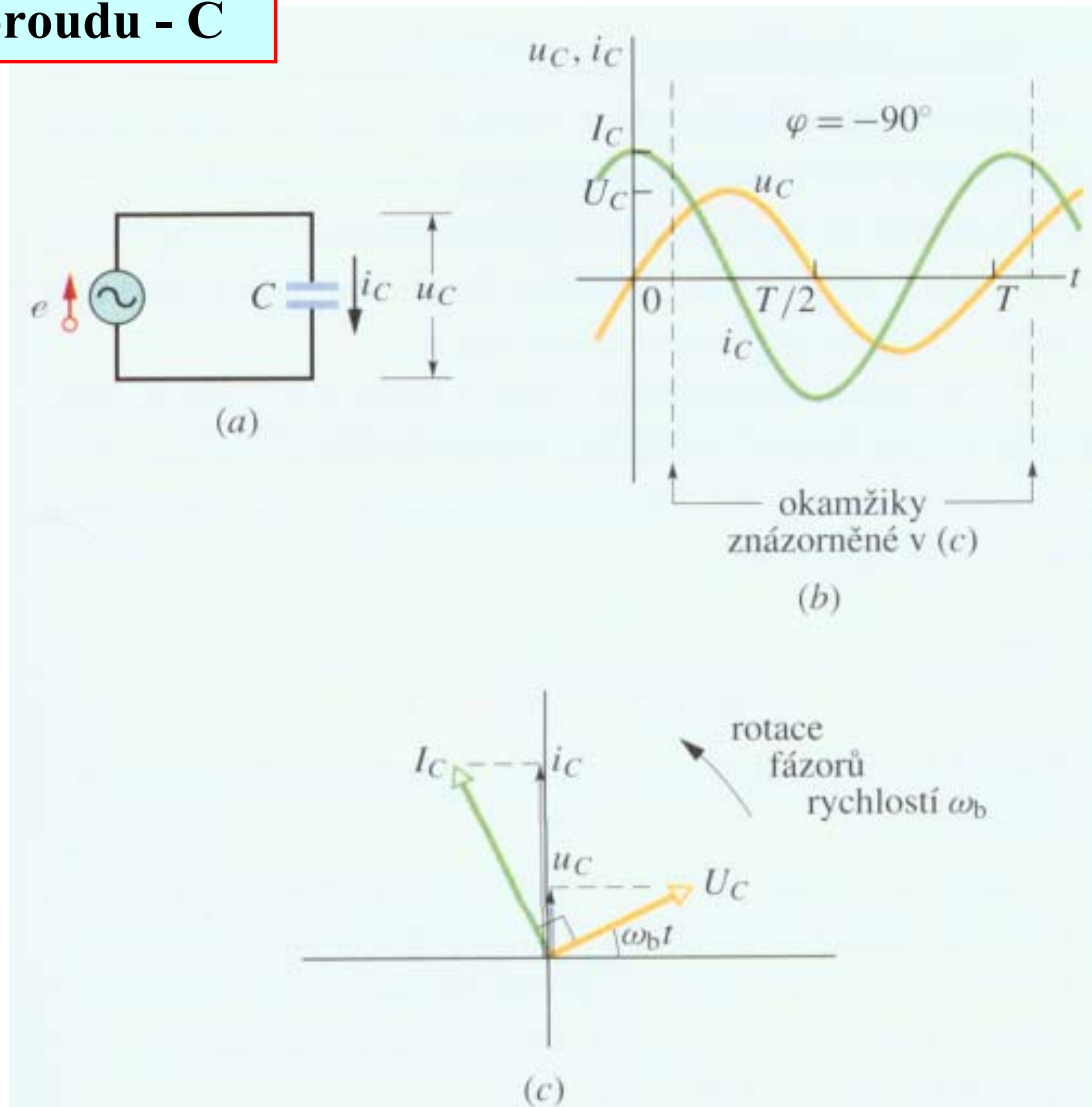


$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t$$



$$i_C = \omega C U_m \sin(\omega t + \pi/2)$$

$$I_m = \frac{U_m}{1/\omega C}$$



Elektromagnetické pole

Obvody střídavého proudu - L

$$u_L = U_m \sin \omega t$$

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}$$

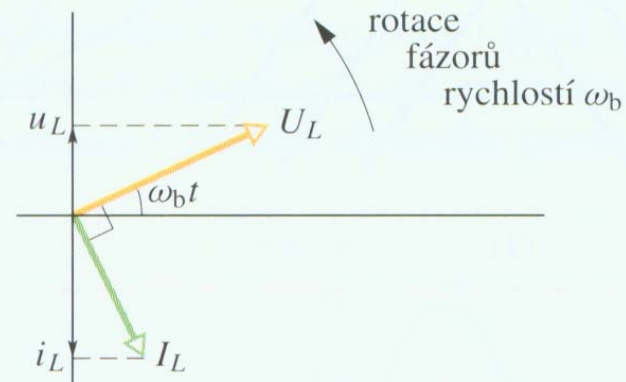
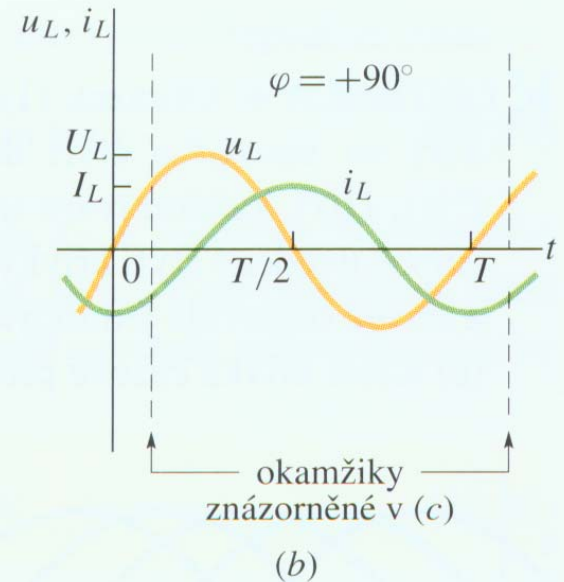
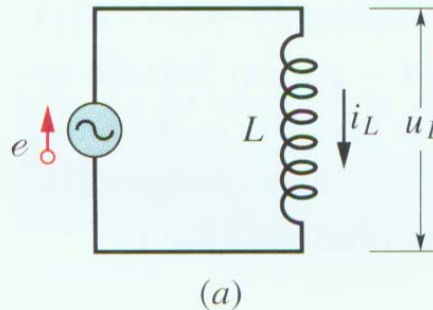


$$i_L = \frac{1}{L} \int u_L dt = \frac{U_m}{L} \int \sin \omega t dt$$



$$i_L = \frac{U_m}{\omega L} \sin(\omega t - \pi/2)$$

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L}$$



Elektromagnetické pole

Obvody střídavého proudu – sériový RLC

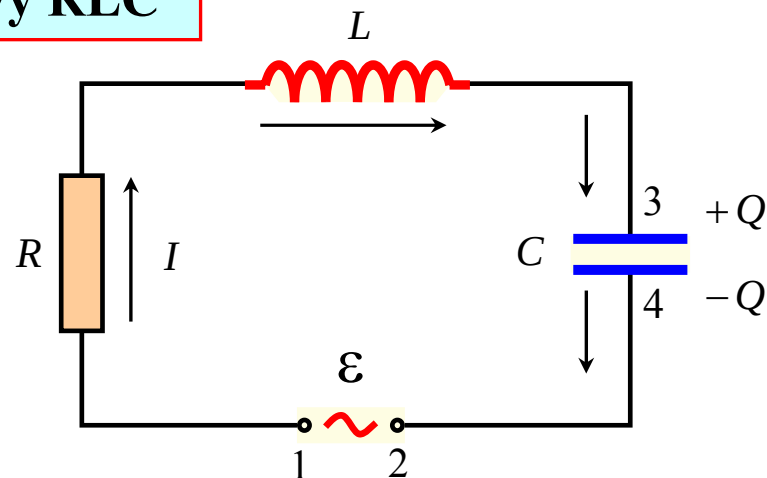
$$U_L + U_R + U_C = \varepsilon$$

$$U_R = RI$$

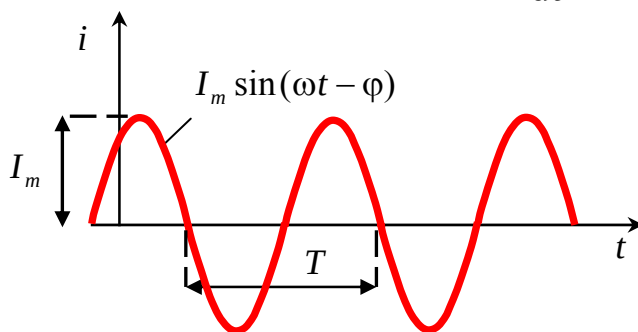
$$U_L = L \frac{dI}{dt}$$

$$dU_C = \frac{dQ}{C} = \frac{I dt}{C}$$

úbytek napětí na jednotlivých prvcích obvodu je roven elektromotorickému napětí zdroje



$$L \frac{dI}{dt} + IR + \int_0^t \frac{I dt}{C} = \varepsilon$$



$$\varepsilon(t) = \varepsilon_m \sin \omega t$$

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$$

řešení rovnice

$$I = I_m \sin(\omega t - \varphi)$$

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dI}{dt} + \frac{I}{LC} = \frac{\omega}{L} \varepsilon_m \cos \omega t$$

$$2b = \frac{R}{L} \quad \omega_o^2 = \frac{1}{LC}$$

Elektromagnetické pole

Obvody střídavého proudu - RLC

$$\frac{dI}{dt} = \omega I_m \cos(\omega t - \varphi) \quad \frac{d^2 I}{dt^2} = -\omega^2 I_m \sin(\omega t - \varphi)$$

napětí U_C na kondenzátoru se opoždí o $\pi/2$ za proudem, napětí U_R na odporu je ve fázi s proudem, napětí U_L na cívce předbíhá proud o $\pi/2$

$$I_m = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{R} \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$



X_C ... kapacitní odpor
 X_L ... induktivní odpor

$$U_C = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int I dt = U_{Cm} \sin(\omega t - \varphi - \pi/2) \longrightarrow U_{Cm} = (1/\omega C) I_m = X_C I_m$$

$$U_R = IR = U_{Rm} \sin(\omega t - \varphi) \longrightarrow U_{Rm} = R I_m$$

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = U_{Lm} \sin(\omega t - \varphi + \pi/2) \longrightarrow U_{Lm} = (\omega L) I_m = X_L I_m$$

Elektromagnetické pole

Obvody střídavého proudu - RLC

reaktance X

$$X = X_L - X_C$$

$$\varepsilon_m = Z I_m$$

impedance Z
(zdánlivý odpor)

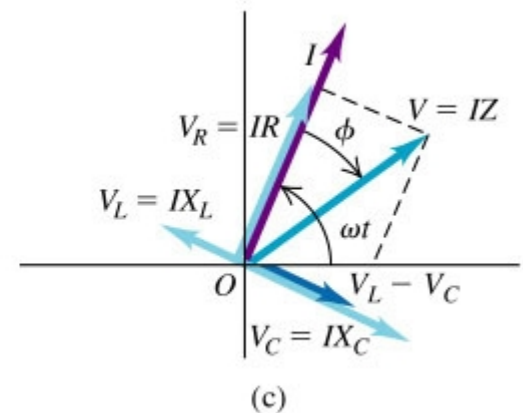
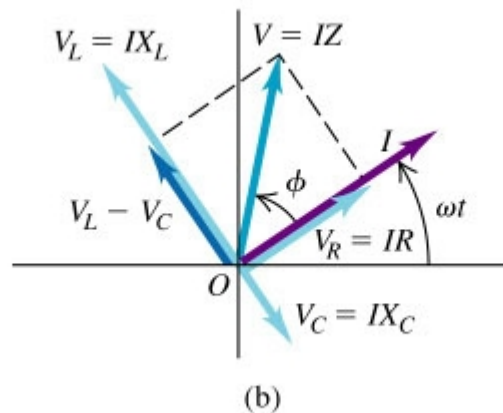
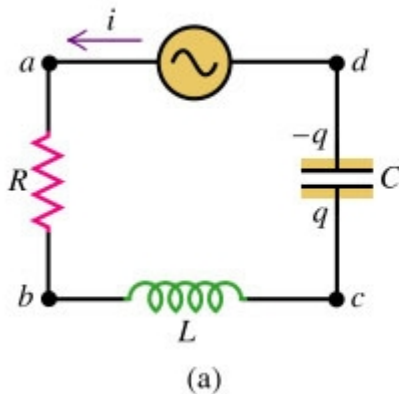
$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$Z \geq R$$

fázový posun
napětí a proudu

$$\operatorname{tg} \varphi = X / R$$

$$\cos \varphi = R / Z$$



Elektromagnetické pole

Obvod RLC v rezonanci

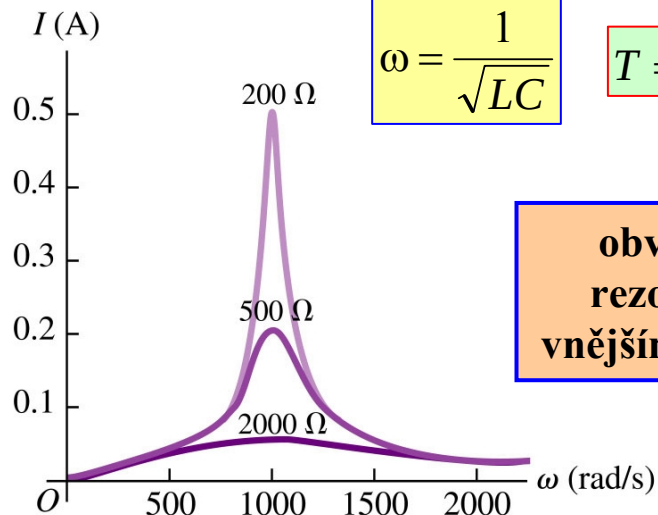
- ⊕ zdánlivý odpor Z (impedance) obvodu je minimální ($X_C = X_L$)

$$Z = R \quad \longrightarrow \quad \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$$

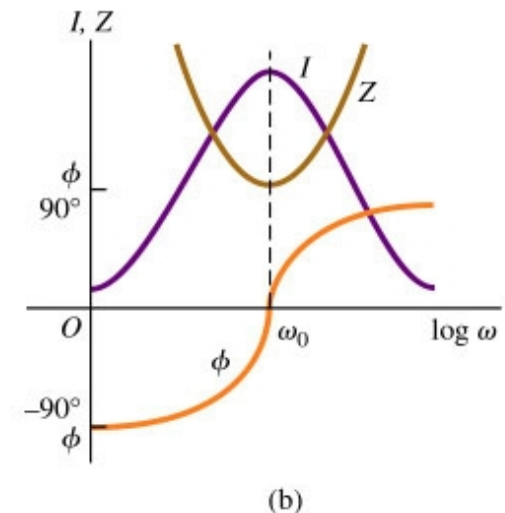
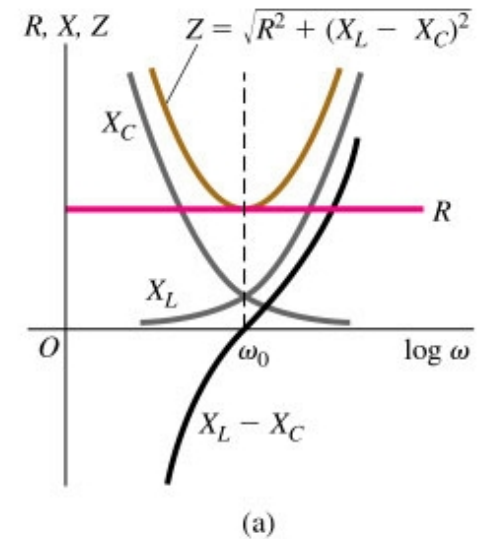


$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

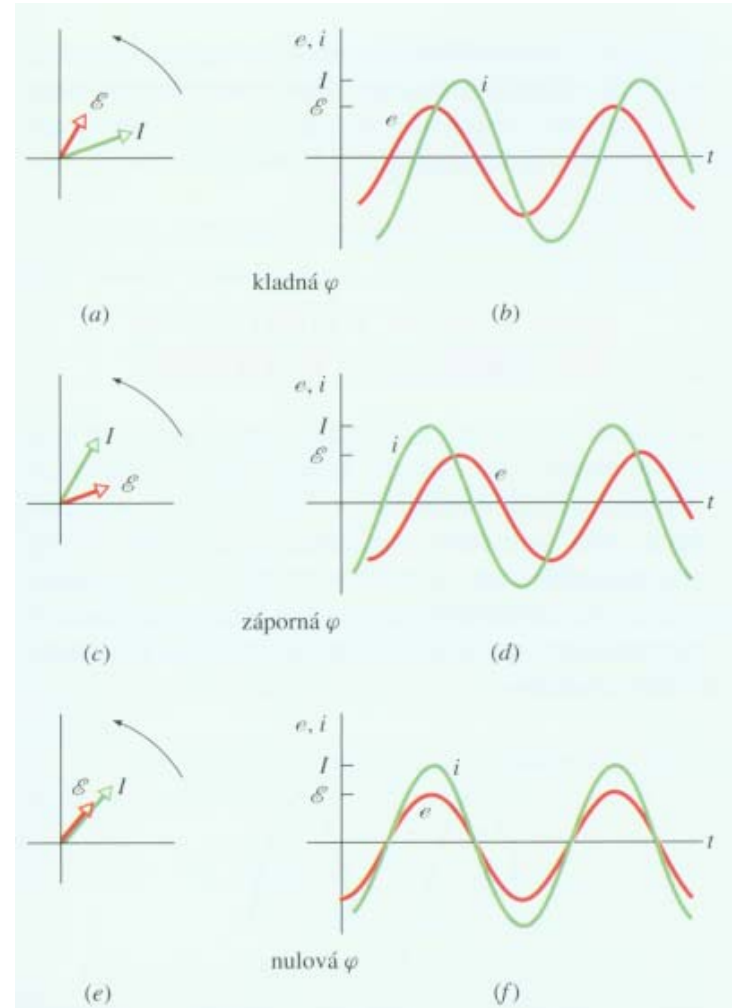
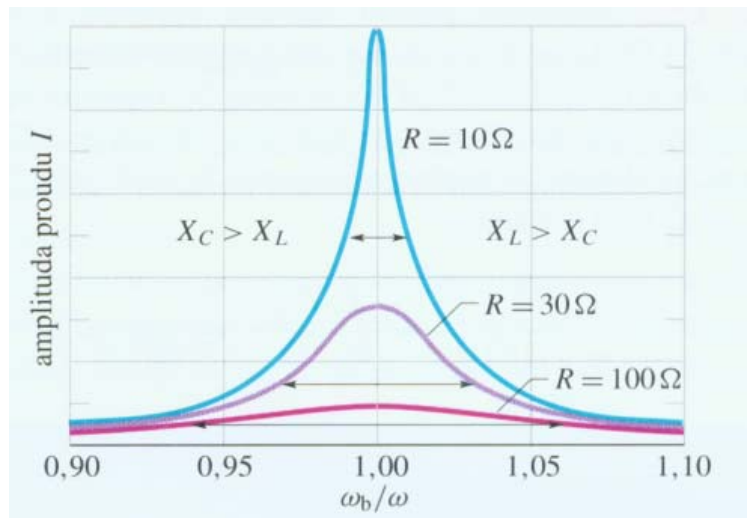
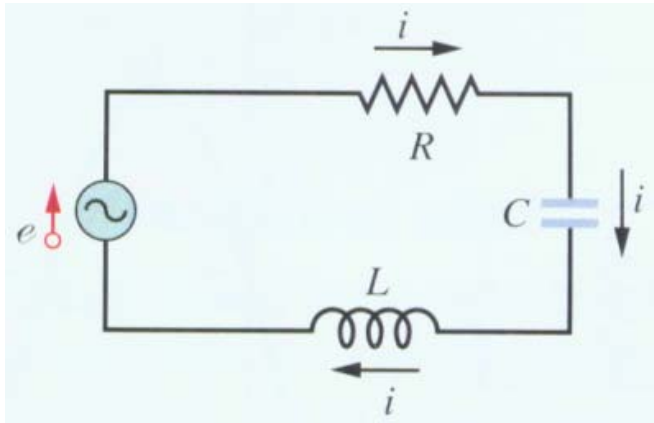
$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$



obvod je v
rezonanci s
vnějším napětím



Elektromagnetické pole



Elektromagnetické pole

Výkon střídavého proudu

okamžitá hodnota výkonu

$$P(t) = \varepsilon(t)I(t) = \varepsilon_m I_m \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi)$$

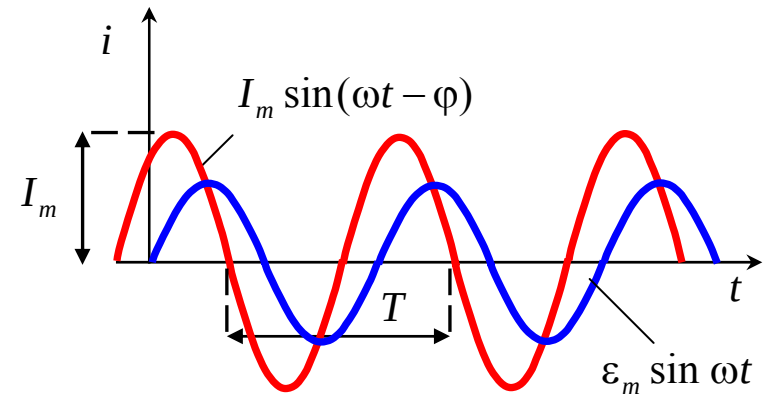


$$P(t) = \frac{1}{2} \varepsilon_m I_m \cos \varphi - \frac{1}{2} \varepsilon_m I_m \cos(2\omega t - \varphi)$$

střední hodnota výkonu

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{2} \varepsilon_m I_m \cos \varphi$$

$\cos \varphi$...účinník



výkon střídavého elektrického proudu závisí na vzájemném fázovém posuvu proudu a napětí v obvodu

Elektromagnetické pole

Efektivní hodnoty proudu a napětí

- ⊕ proud a napětí můžeme charakterizovat tzv. **efektivními hodnotami**, které odpovídají stejnosměrnému proudu se stejným výkonem

$$P = \frac{1}{2}(ZI_m)I_m(R/Z) = \frac{1}{2}RI_m^2$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$\varepsilon_e = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{2}}$$



$$P = I_e \varepsilon_e \cos \varphi$$

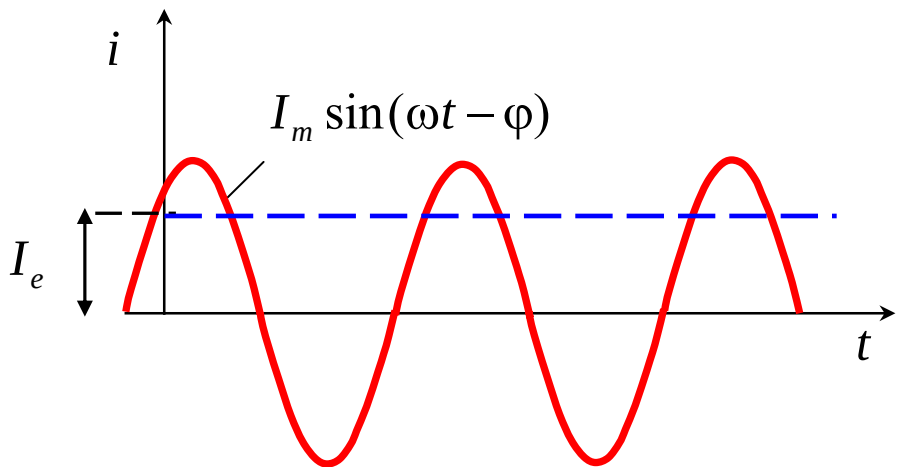
činný výkon

$$P_Z = I_e \varepsilon_e$$

zdánlivý výkon

$$P_j = I_e \varepsilon_e \sin \varphi$$

jalový výkon



skutečný výkon střídavého elektrického proudu spotřebovaný na ohřátí vodičů

výkon střídavého elektrického proudu vytvářený induktancemi a kapacitancemi

Elektromagnetické pole

Třífázový střídavý proud

- ⊕ 3 cívky jsou nastaveny v prostoru tak, že jejich osy společně svírají úhly $2\pi/3$ (120°), mezi nimi se otáčí permanentní magnet (resp. elektromagnet)
- ⊕ časové průběhy indukovaných napětí na jednotlivých cívkách jsou fázově posunuty

$$u_1 = U_{m1} \sin \omega t$$

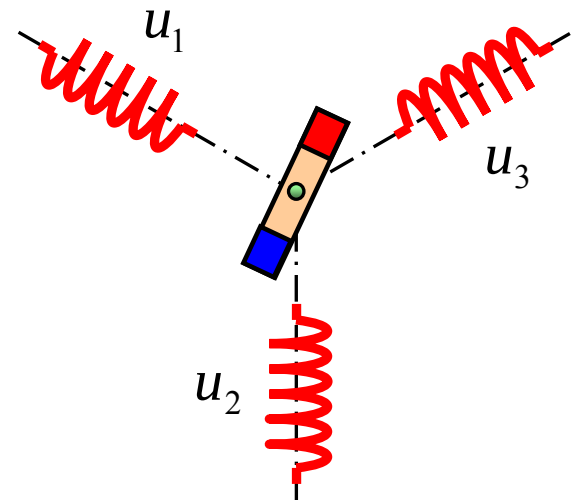
$$u_2 = U_{m2} \sin (\omega t - 2\pi / 3)$$

$$u_3 = U_{m3} \sin (\omega t - 4\pi / 3)$$

rovnoměrně zatížené fáze

$$U_{m1} = U_{m2} = U_{m3} = U_m$$

$$\sum_k u_k = 0$$



Elektromagnetické pole

zapojení do hvězdy

sdružené napětí

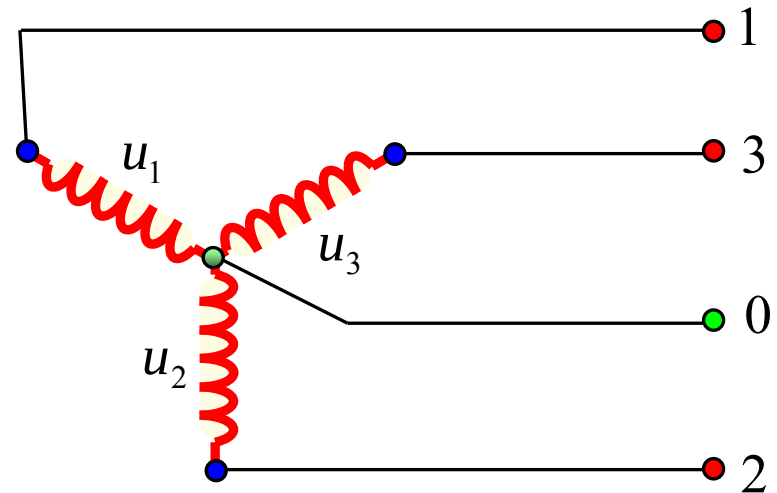
$$U_{12} = \sqrt{3}U_m$$

- ⊕ napětí mezi dvěma fázemi (obvykle 380 V)

fázové napětí

$$U_f = U_m$$

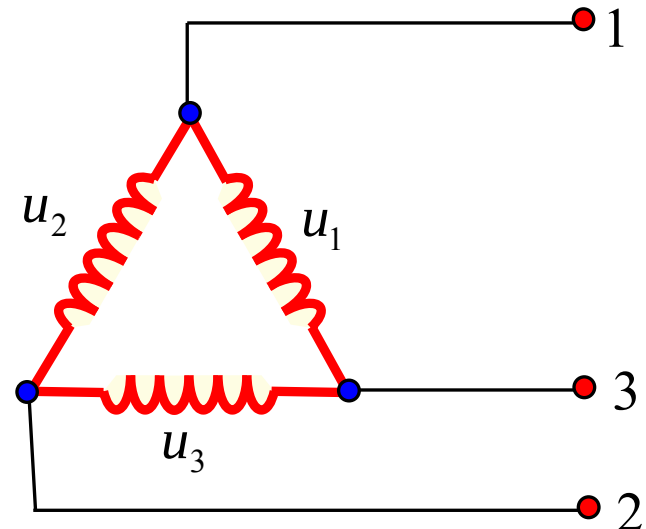
- ⊕ napětí mezi fází a nulovým vodičem (obvykle 220 V)



zapojení do trojúhelníka

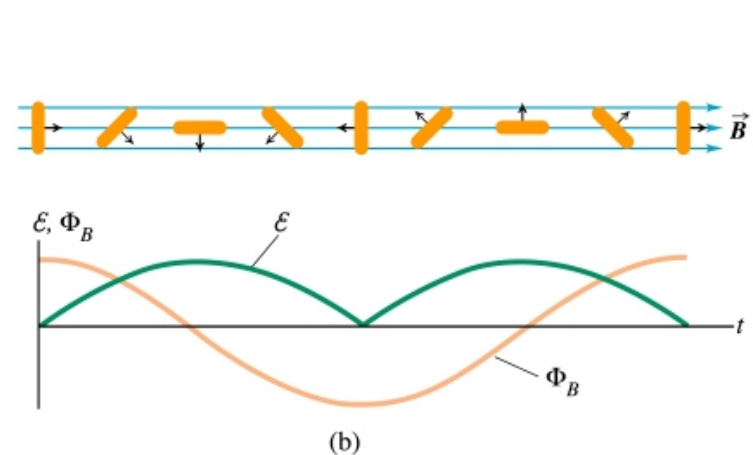
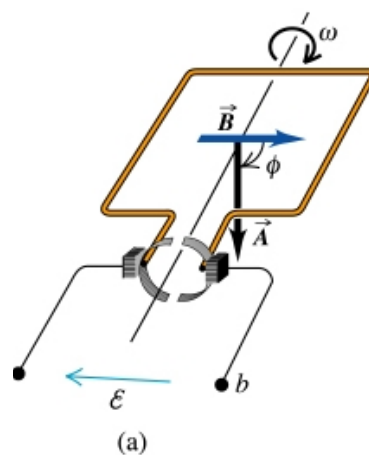
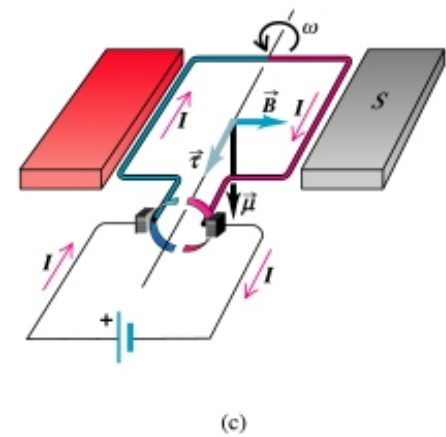
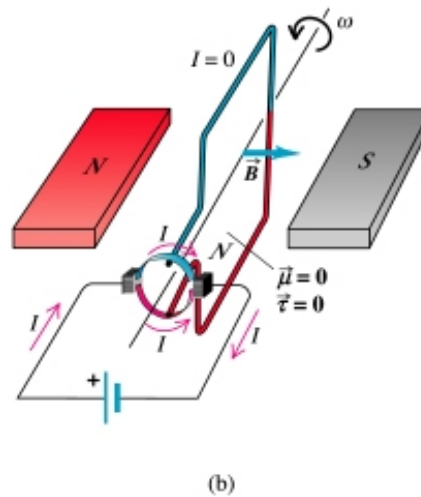
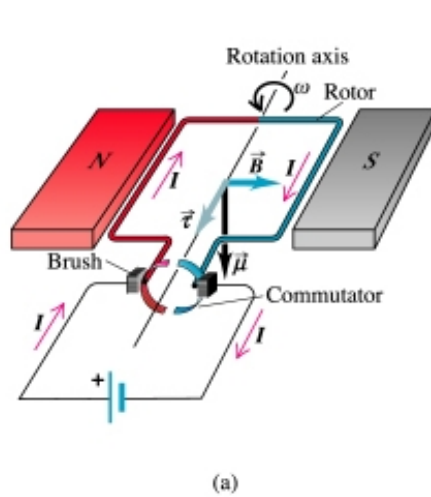
- ⊕ mezi libovolnými vodiči je efektivní napětí jako na cívce (obvykle 380 V)
- ⊕ každým vodičem protéká sdružený proud, jehož vrcholová hodnota

$$I = \sqrt{3}I_1 = \sqrt{3}I_2 = \sqrt{3}I_3$$



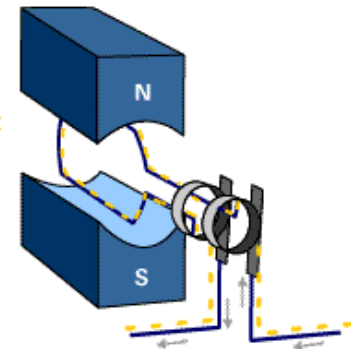
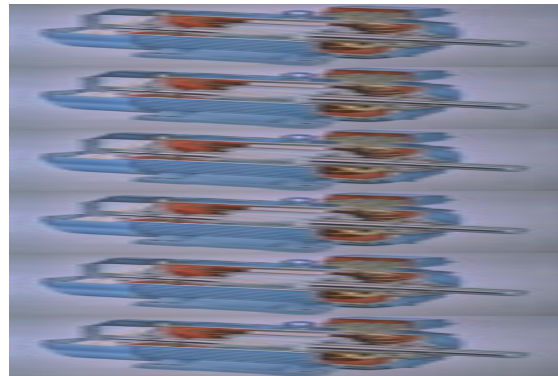
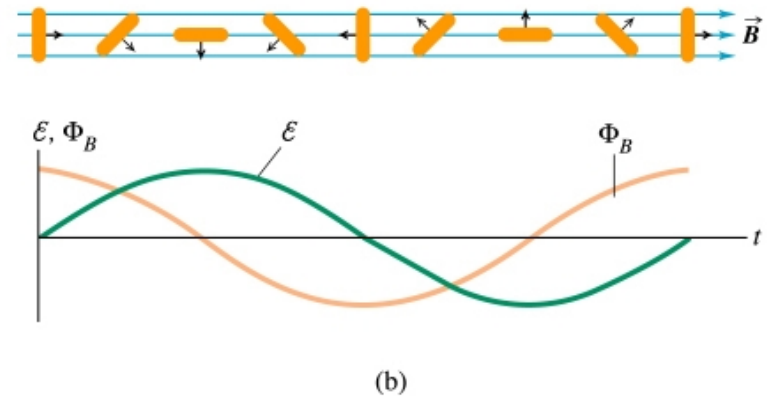
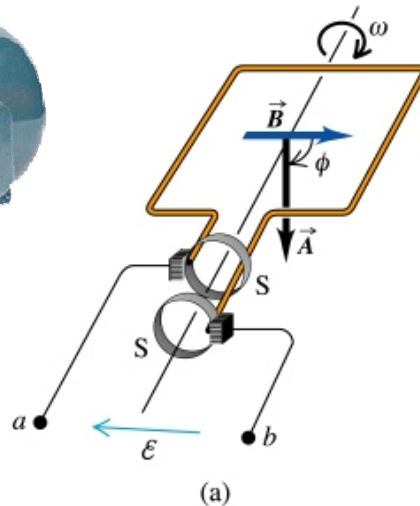
Elektromagnetické pole

Elektrické motory – stejnosměrný proud (dynamo)



Elektromagnetické pole

Elektrické motory – střídavý proud (alternátory)



Elektromagnetické pole

Výroba elektrické energie



Elektromagnetické pole

Přenos elektrické energie

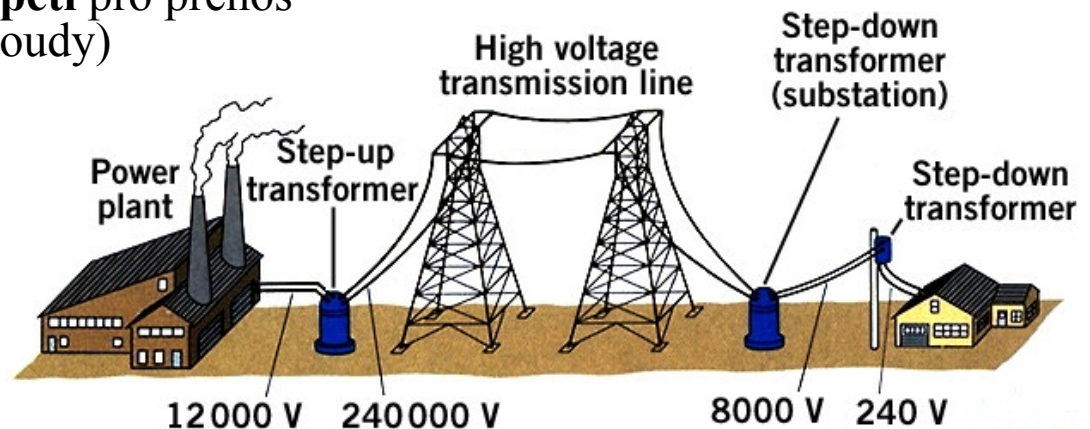
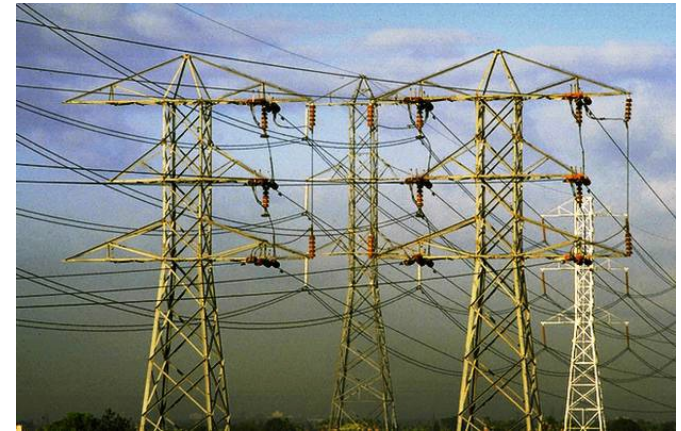
- ⊕ pomocí vodičů
- ⊕ pomocí elektromagnetických vln

přenos el.energie vodiči

ztrátový výkon

$$P = UI \cos \varphi = RI^2 \cos \varphi$$

- ⊕ ztráty při přenosu rostou s kvadrátem velikosti proudu
- ⊕ použití vysokého napětí pro přenos (převážně střídavé proudy)



Elektromagnetické pole

Transformace elektrické energie

a) transformátor naprázdno

- ⊕ předpokládáme, že vzájemná indukčnost je maximální (primárním i sekundárním vinutím prochází stejný magnetický tok Φ) a odpor primárního vinutí je zanedbatelný

$$u_1 = U_m \sin \omega t \quad \varepsilon_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

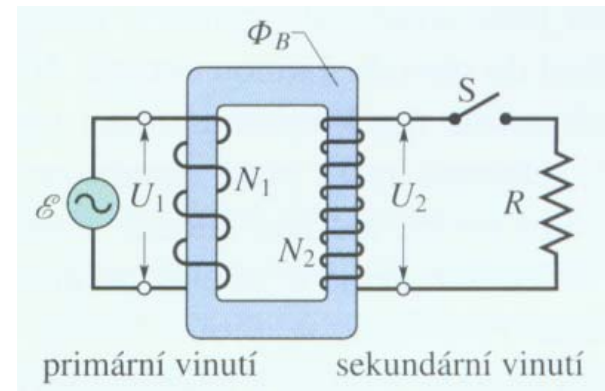
$$u_1 + \varepsilon_1 = R_1 i_{mag} \doteq 0$$

$$U_m \sin \omega t = N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad \Phi = N_1 \frac{i_{mag}}{R_{mag}}$$

$$\Phi = -\frac{U_m}{\omega N_1} \cos \omega t = \frac{U_m}{\omega N_1} \sin(\omega t - \pi/2)$$

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{U_m}{N_1} \sin(\omega t) = \frac{N_2}{N_1} U_m \sin(\omega t - \pi)$$

Transformátor



magnetizační proud je fázově opožděn o $\pi/2$ oproti primárnímu napětí – není dodáván žádný výkon

$$\frac{U_2}{U_1} = -\frac{N_2}{N_1}$$

transformační poměr

Elektromagnetické pole

b) zatížený transformátor

$$\Phi_1 = N_1 \frac{i_1}{R_{mag}} \quad \Phi_2 = N_2 \frac{i_2}{R_{mag}}$$

$$\Phi_2 = -\Phi_1$$



$$N_1 i_1 = -N_2 i_2$$



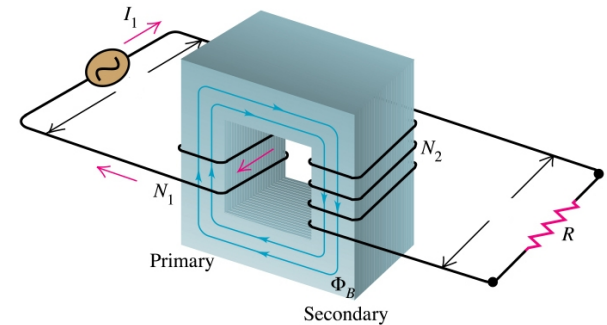
$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{I_1}{I_2}$$

- proud procházející sekundárním obvodem indukuje v primárním vedení indukční tok Φ_2

- primárním vedením bude protékat ještě zatěžovací proud i_1 takový, že ruší magnetické účinky proudu i_2

- transformátorem je přenášen výkon

Transformátor



Elektromagnetické pole

Zásobníky el.energie

- ⊕ akumulátory, přečerpávací elektrárny, kapacitní záložní zdroje

