Kinetická teorie plynů

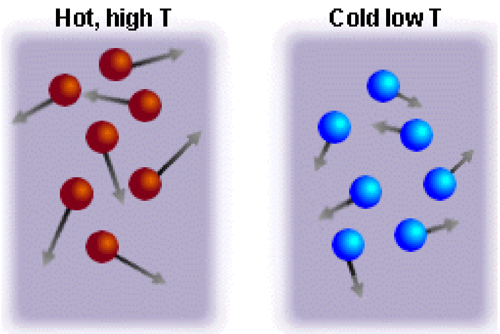
- molekuly plynu se pohybují chaoticky v obrovském množství (~10^{25} v 1 m^3)
- počet srážek je obrovský (~10^{10} za 1 s)

pro popis chování používáme **statistickou metodu**

- zvýšením teploty dochází ke zvýšení rychlosti molekul (tj. ke zvýšení kinetické energie molekul)

kinetická energie částic soustavy souvisí s teplotou

Brownův pohyb



Izolovaný ideální plyn

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \text{konst.}$$

Tlak, teplota
- makroskopické pojmy
- nemá smysl o nich mluvit u 1 molekuly
- vztahují se k systému jako celku

Kinetická teorie plynů

Pravděpodobnost

$$w_i = \lim_{N \to \infty} \frac{N_i}{N}$$

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1$$

N_i - počet příznivých jevů

N - počet možných jevů

Hustota pravděpodobnosti

$$\rho(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{w(x, x + \Delta x)}{\Delta x} = \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x)\,\mathrm{d}x = 1$$

u spojitých náhodných veličin

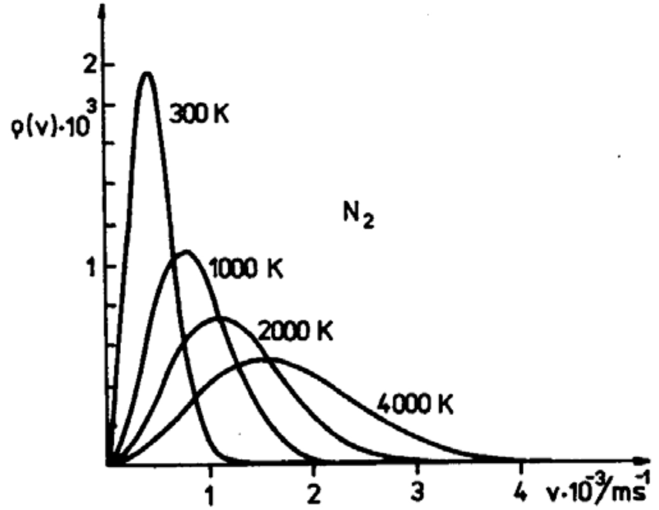
- pravděpodobnost, že výsledek se nachází v intervalu $(x, x+\mathrm{d}x)$

Střední hodnota

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x\rho(x)\,\mathrm{d}x$$

Rozptyl hodnot

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 \rho(x)\,\mathrm{d}x$$

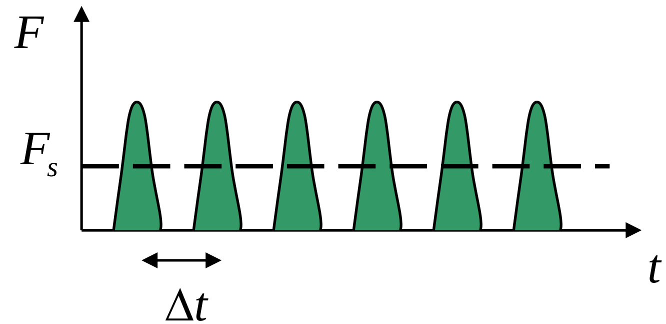


Kinetická teorie plynů

Tlak ideálního plynu

- lze vysvětlit pomocí nárazů molekul na stěnu nádoby

$$p = \frac{1}{\tau}\int_{t_0}^{t_0+\tau} \frac{F(t)}{S}\,\mathrm{d}t$$

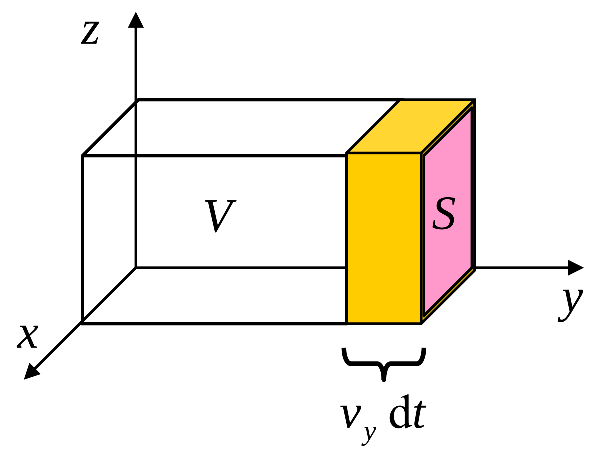


- pohyb molekul považujeme za zcela náhodný (chaotický)
- molekuly mají stejnou hmotnost a tvar, srážky jsou pružné,…

Pravděpodobnost, že rychlost molekul leží v intervalu $(v_y, v_y + \mathrm{d}v_y)$

$$w(y) = \frac{\mathrm{d}N(v_y)}{N} = \rho(v_y)\,\mathrm{d}v_y$$

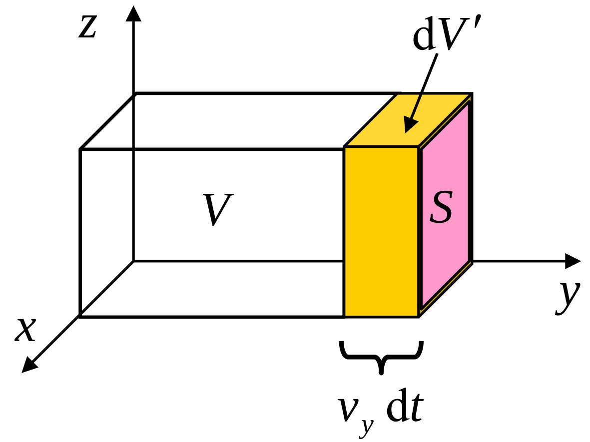
hustota pravděpodobnosti



Kinetická teorie plynů

počet molekul dopadajících na stěnu s rychlostí z intervalu $(v_y, v_y + dv_y)$

$$dN' = \frac{dN}{V} dV' = \frac{dN}{V} S v_y dt = \frac{N}{V} S v_y \rho(v_y) dv_y dt$$



síla působící na stěnu molekulami s rychlostí z intervalu $(v_y, v_y + dv_y)$

$$dF = \frac{dp}{dt} = 2 m_0 v_y dN' = 2 m_0 \frac{N}{V} S \rho(v_y) v_y^2 dv_y$$

Předpokládáme, že z molekul, jejichž složka rychlosti leží v intervalu $(v_y, v_y + dv_y)$ za čas dt dopadnou na stěnu pouze ty molekuly, které jsou blíže než $v_y dt$

Celková síla

$$F = \int dF = 2 m_0 \frac{N}{V} S \int_0^{\infty} \rho(v_y) v_y^2 dv_y$$

$$\rho(v_y) = \rho(-v_y)$$

$$\boxed{F = m_0 \frac{N}{V} S \int_{-\infty}^{\infty} \rho(v_y) v_y^2 dv_y = m_0 \frac{N}{V} S \overline{v_y^2}}$$

stejná pravděpodobnost pohybu molekuly v obou směrech

Kinetická teorie plynů

Střední hodnota tlaku

$$p = \frac{F}{S} = m_0 \frac{N}{V} \overline{v_y^2}$$

- žádný směr pohybu není preferován, tj.

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$$

$$p = \frac{1}{3}\frac{Nm_0}{V}\overline{v^2}$$

$$pV = nRT$$

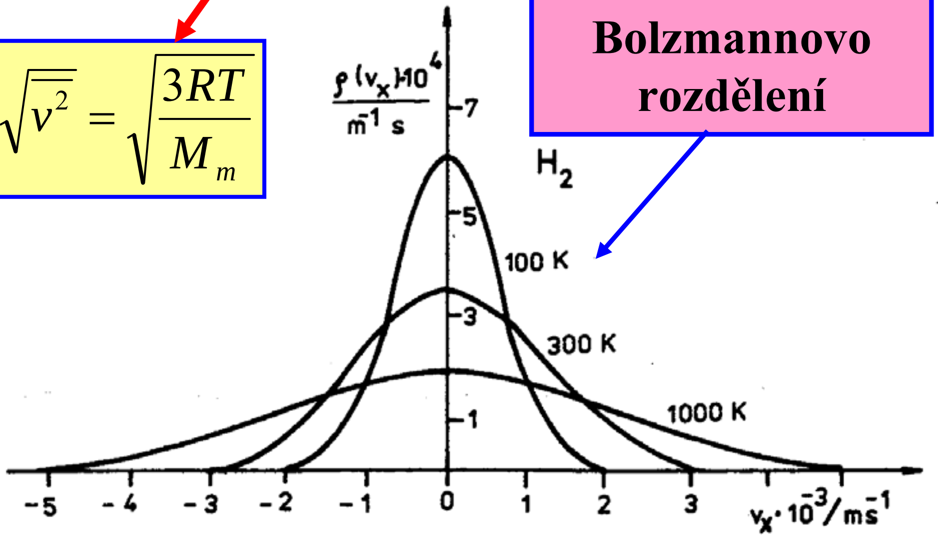
$$T = \frac{1}{3}\frac{Nm_0}{nR}\overline{v^2} = \frac{1}{3}\frac{M_m}{R}\overline{v^2}$$

střední kvadratická rychlost

$$v_k = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_m}}$$

u ideálního plynu **teplota charakterizuje intenzitu chaotického pohybu molekul**

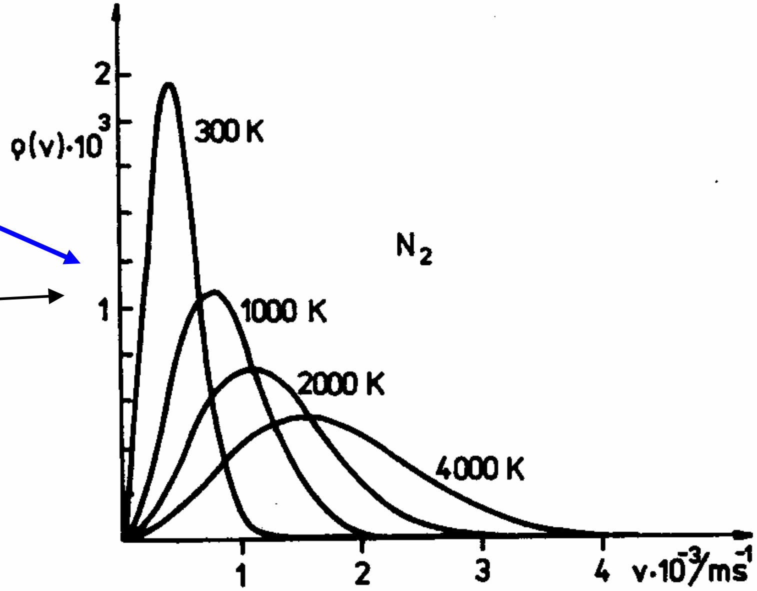
Bolzmannovo rozdělení



Kinetická teorie plynů

Maxwell-Bolzmannovo rozdělení rychlostí

$$\rho(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-m_0 v^2 / 2kT}$$



se stoupající termodynamickou teplotou plynu roste střední hodnota a rozptyl velikosti rychlosti částic plynu

při vyšších teplotách budou částice konat chaotický pohyb s vyšší rychlostí a tedy vyšší kinetickou energií (tj.vnitřní energie plynu bude vzrůstat s teplotou)

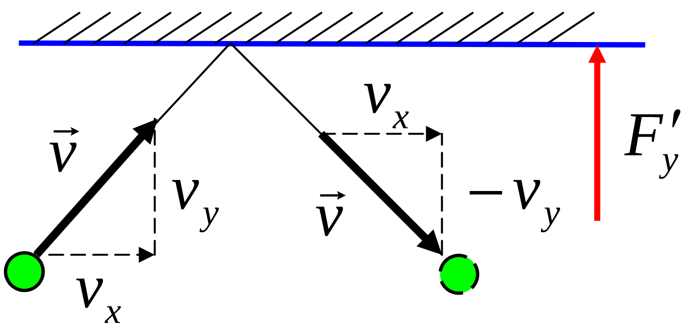
Kinetická teorie plynů

Tlak ideálního plynu

- lze vysvětlit pomocí nárazů molekul na stěnu nádoby
- pohyb molekul považujeme za zcela náhodný (chaotický)
- molekuly mají stejnou hmotnost a tvar, srážky jsou pružné,…

změna hybnosti 1 molekuly

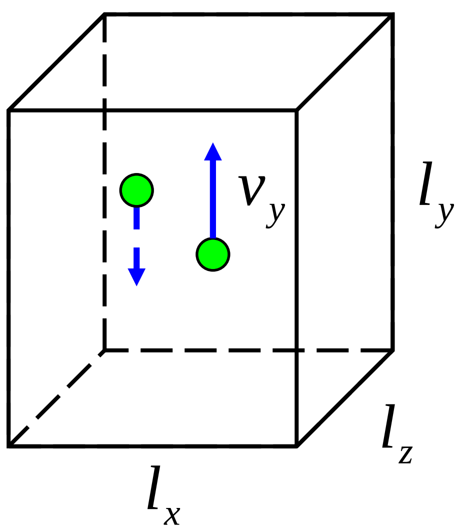
$$\mathrm{d}p_y = \mathrm{d}(m_0 v_y) = (-m_0 v_y) - m_0 v_y = -2 m_0 v_y$$



síla působící na stěnu

$$F_{yi} = \frac{\mathrm{d}(m_0 v_y)}{\mathrm{d}t} = \frac{-2 m_0 v_y}{\mathrm{d}t} = -F'_{yi} \Rightarrow F'_{yi} = \frac{2 m_0 v_y}{\mathrm{d}t} = \frac{m_0 v_y^2}{l_y}$$

$$\mathrm{d}t = \frac{2 l_y}{v_y}$$



výsledná síla

$$F'_y = \sum_{i=1}^{N} F'_{yi} = \frac{m_0}{l_y} \sum v_{yi}^2 = \frac{N m_0}{l_y} \frac{\sum v_{yi}^2}{N} = \frac{N m_0}{l_y} \overline{v_y^2}$$

Kinetická teorie plynů

$$\overline{v_x} = \overline{v_y} = \overline{v_z} = 0$$

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$$

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = 3\overline{v_x^2} = 3\overline{v_y^2} = 3\overline{v_z^2}$$

$$\boxed{F'_y = \frac{Nm_0}{l_y}\overline{v_y^2}}$$

stejná pravděpodobnost pohybu molekuly ve všech směrech, žádný směr není preferován

$$\boxed{\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}}$$

střední kvadratická rychlost

$$\boxed{v_k = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_m}}}$$

střední hodnota tlaku

$$p = \frac{F_y'}{S_{xz}} = \frac{F_y'}{l_x l_z} = \frac{Nm_0}{3l_x l_y l_z}\overline{v^2} = \frac{1}{3}N\frac{m_0}{V}\overline{v^2}$$

$$\boxed{pV = nRT}$$

$$\boxed{T = \frac{1}{3}\frac{Nm_0}{nR}\overline{v^2} = \frac{1}{3}\frac{M_m}{R}\overline{v^2}}$$

$$\boxed{pV = \frac{2}{3}N\left(\frac{1}{2}m_0\overline{v^2}\right) = \frac{2}{3}N\overline{W_k} = \frac{2}{3}U}$$

u ideálního plynu **teplota charakterizuje intenzitu chaotického pohybu molekul**

Kinetická teorie plynů

Vnitřní energie plynu

a) jednoatomový plyn

- projeví se pouze translační pohyb molekul

$$W_k = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_0 v_i^2 = \frac{1}{2} m_0 N \overline{v^2} = \frac{3}{2} nRT$$

$$pV = \frac{1}{3} N m_0 \overline{v^2} = nRT$$

$$\boxed{U = W_k = \frac{3}{2} nRT}$$

Energie 1 molekuly

$$W_{k_1} = \frac{3}{2} \frac{nR}{N} T = \frac{3}{2} kT$$

1 molekula – 3 stupně volnosti

Boltzmannova konstanta

$$k = \frac{R}{N_A} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{JK^{-1}}$$

Ekvipartiční teorém:
Na každý stupeň volnosti jednoatomové molekuly připadá střední hodnota kinetické energie $\Delta W_k = kT/2$

Kinetická teorie plynů

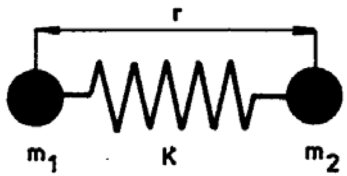
b) víceatomový plyn

- projeví se translační, rotační i vibrační pohyb molekul

$$W = \underbrace{W_{tr} + W_{rot}}_{\text{kinetická energie translačního a rotačního pohybu}} + W_{kmit}$$

kinetická energie translačního a rotačního pohybu

kinetická a potenciální energie kmitavého pohybu



Ekvipartiční teorém:
Na každý kvadratický člen určující energii molekuly připadá střední hodnota energie
$\Delta W = kT/2$