

Předmět studia klasické fyziky

⊕ mechanika,
⊕ termodynamika,
⊕ elektrodynamika,
⊕ optika

klasická
fyzika

teoretická
fyzika

experimentální
fyzika

teorie
relativity

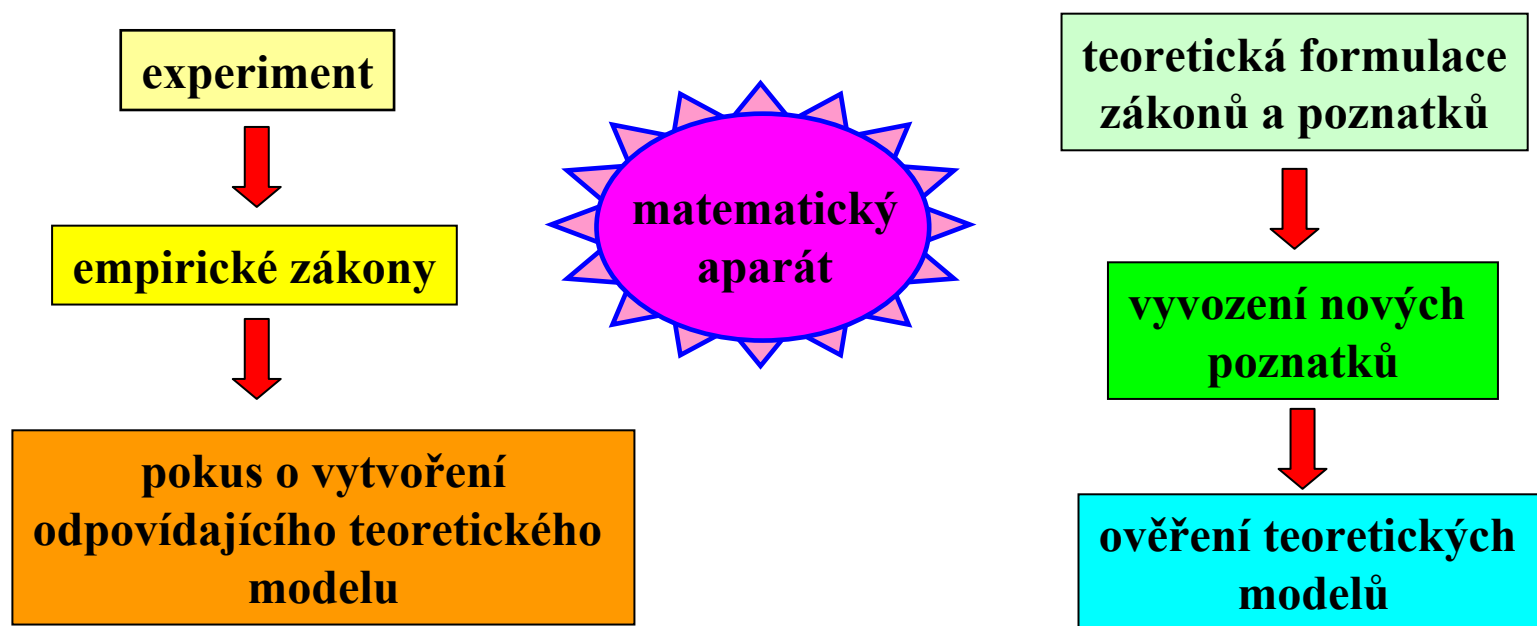
statistická
fyzika

kvantová
fyzika

moderní
fyzika

Předmět studia klasické fyziky

- ⊕ **Fyzika** obecně zkoumá strukturu hmoty a její zákony, a chování „přírody“ se **snaží kvantitativně** popsat pomocí vhodných fyzikálních modelů.
- ⊕ používá **induktivní** i **deduktivní** přístup



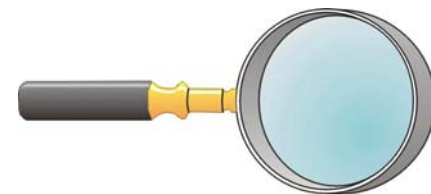
Rozdělení fyzikálních přístupů

⊕ Makroskopický přístup

(nepřihlíží k mikrostruktuře látek ani k interakcím mikročástic – klasická fyzika)

⊕ Mikroskopický přístup

(zkoumá vnitřní strukturu látek a fyzikální jevy na základě vlastností mikrofyzikálních částic – kvantová, jaderná, atomová fyzika, molekulová fyzika, fyzika pevných látek)



Fyzikální veličiny a pole

- ⊕ **Fyzikální veličina** – je určena rozměrem (jednotkami) a velikostí, např. délka $L = 13 \text{ m}$.

Mezinárodní SI soustava

délka	[m]
hmotnost	[kg]
čas	[s]
teplota	[A]
látkové množství	[mol]
svítivost	[cd]

- ⊕ **Skalární veličina** – vyjádřena jedním číslem (např. teplota, tlak, objem, hmotnost, energie, ...)
- ⊕ **Vektorová veličina** – vyjádřena velikostí a směrem (např. rychlost, síla, ...) – obecně 3 složky
- ⊕ **prostorové rozložení určité fyzikální veličiny lze nazvat fyzikálním polem** (např. silové, vlhkostní, teplotní, tlakové pole, ...)

Fyzikální veličiny a pole

Typy fyzikálních polí:

- **Skalární pole** – popsáno skalární veličinou v prostoru (např. teplotní pole)
- **Vektorové pole** - popsáno vektorovou veličinou v prostoru (např. pole rychlosti proudění)
- **Homogenní pole** – fyzikální veličina se v prostoru nemění
- **Stacionární pole** – veličina nezávisí na čase

Typy fyzikálních prostředí:

- **Homogenní prostředí** – prostředí, jehož vlastnosti jsou stejné ve všech místech
- **Izotropní prostředí** – prostředí, jehož fyzikální vlastnosti jsou stejné ve všech směrech, tj. nezávisí na směru

Základy vektorového počtu

kartézská soustava souřadná (pravoúhlá, pravotočivá)

- vektor je popsán svými třemi průměty a_x , a_y , a_z do souřadných os a ortogonálními vektory báze

vektor:

$$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z) = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

velikost vektoru:

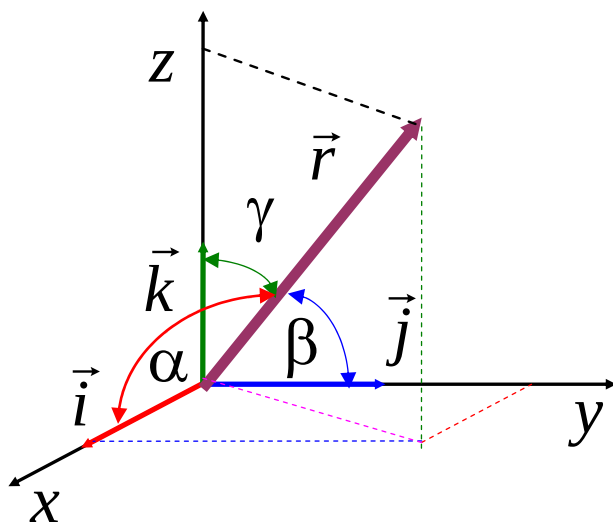
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

vektory báze:

$$\vec{i} = (1, 0, 0)$$

$$\vec{j} = (0, 1, 0)$$

$$\vec{k} = (0, 0, 1)$$



Polohový vektor:

$$\vec{r} = (x, y, z) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r} \quad \cos \beta = \frac{y}{r} \quad \cos \gamma = \frac{z}{r}$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

Základy vektorového počtu

⊕ v praxi existují i jiné (křivočaré) souřadné soustavy
(sférické, válcové, eliptické,...)

$$\vec{r} = (x, y, z) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

sférické souřadnice:

$$x = r \sin \vartheta \cos \varphi$$

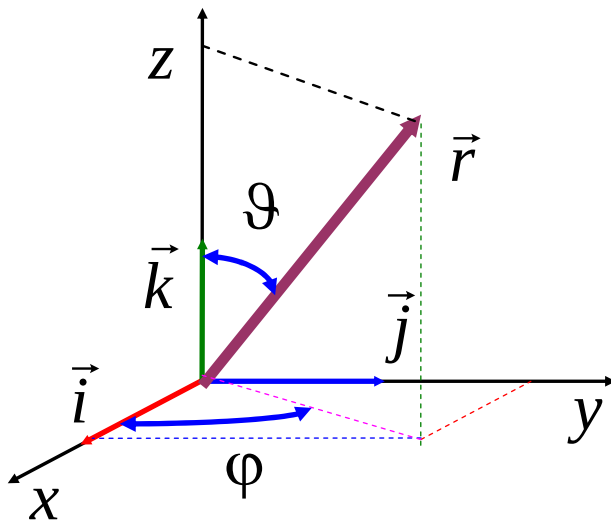
$$y = r \sin \vartheta \sin \varphi$$

$$z = r \cos \vartheta$$

$$\cos \vartheta = \frac{z}{r}$$

$$\sin \varphi = \frac{y}{r}$$

$$\cos \varphi = \frac{x}{r}$$



Základy vektorového počtu

Skalární součin dvou vektorů

- výsledkem je číslo (skalár)

$$S = (\vec{a} \cdot \vec{b}) = ab \cos \varphi_{\vec{a}\vec{b}} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = \sum_k a_k b_k$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

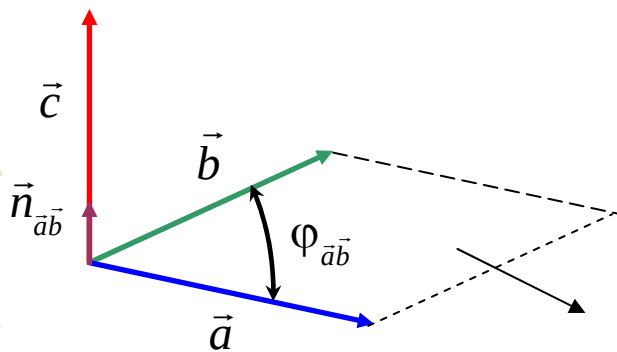
$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\vec{a} \parallel \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = ab$$

Vektorový součin dvou vektorů

- výsledkem je vektor, kolmý na oba vektory

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = [\vec{a}, \vec{b}] = (ab \sin \varphi_{\vec{a}\vec{b}}) \vec{n}_{\vec{a}\vec{b}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$



plocha: $S = |\vec{a} \times \vec{b}| = ab \sin \varphi_{\vec{a}\vec{b}}$

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$$

$$\vec{c} \perp \vec{a} \quad \wedge \quad \vec{c} \perp \vec{b}$$

$$\vec{a} \parallel \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$$

Základy vektorového počtu

Dvojnásobný vektorový součin:

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$$

Smíšený součin vektorů :

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

Dále platí identita

$$([\vec{a} \times \vec{b}] \cdot [\vec{c} \times \vec{d}]) = (\vec{a} \cdot \vec{c})(\vec{b} \cdot \vec{d}) - (\vec{b} \cdot \vec{c})(\vec{a} \cdot \vec{d})$$

-při cyklické permutaci
vektorů se nemění

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$$

✗

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = -\vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{b})$$

Dyadický (tenzorový) součin vektorů :

- výsledkem je matice

$$\vec{c} = \vec{a} \otimes \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x b_x & a_x b_y & a_x b_z \\ a_y b_x & a_y b_y & a_y b_z \\ a_z b_x & a_z b_y & a_z b_z \end{pmatrix}$$

Základy vektorového počtu

Elementární otočení vektoru kolem osy:

velikost oblouku

$$ds = R d\varphi$$

-jednotkový vektor ve směru osy otáčení: $|\vec{c}| = 1$

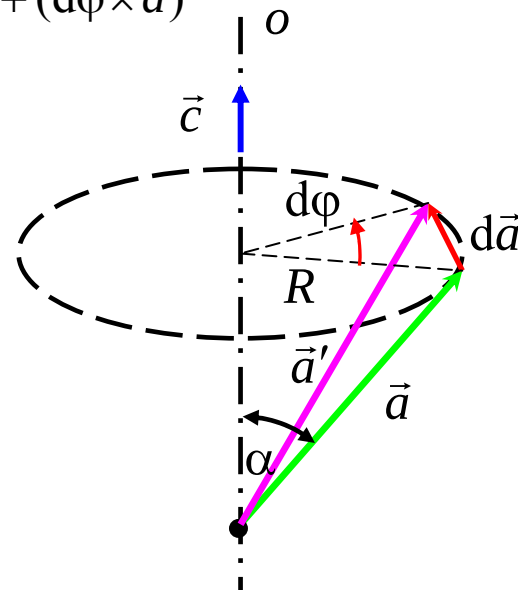
-otočení o elementární úhel $d\varphi$

$$(\vec{c} \times \vec{a}) = a \cdot \sin \alpha \frac{d\vec{a}}{|d\vec{a}|} = R \frac{d\vec{a}}{ds} = \frac{d\vec{a}}{d\varphi}$$

-pootočený vektor: $\vec{a}' = \vec{a} + d\vec{a} = \vec{a} + (\vec{c} \times \vec{a})d\varphi = \vec{a} + (d\vec{\varphi} \times \vec{a})$

-vektor pootočení: $d\vec{\varphi} = \vec{c} \cdot d\varphi$

-změna vektoru: $d\vec{a} = d\vec{\varphi} \times \vec{a}$



Základy vektorového počtu

Ortogonální transformace souřadnic (rotace):

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_x \mathbf{T}_y \mathbf{T}_z$$



$$\vec{a}' = \mathbf{T} \vec{a}$$

$$\mathbf{T}_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & -\sin \psi \\ 0 & \sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix}$$

rotace kolem osy x o úhel ψ

$$\mathbf{T}_y = \begin{pmatrix} \cos \vartheta & 0 & \sin \vartheta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \vartheta & 0 & \cos \vartheta \end{pmatrix}$$

rotace kolem osy y o úhel ϑ

$$\mathbf{T}_z = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rotace kolem osy z o úhel φ

Užitečné matematické vztahy

Taylorův rozvoj:

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!} \Delta x + \frac{f''(x_0)}{2!} \Delta x^2 \dots$$

⊕ počítání s malými čísly:

$$\varepsilon \ll 1$$



$$(1 \pm \varepsilon)^n = 1 \pm n\varepsilon$$

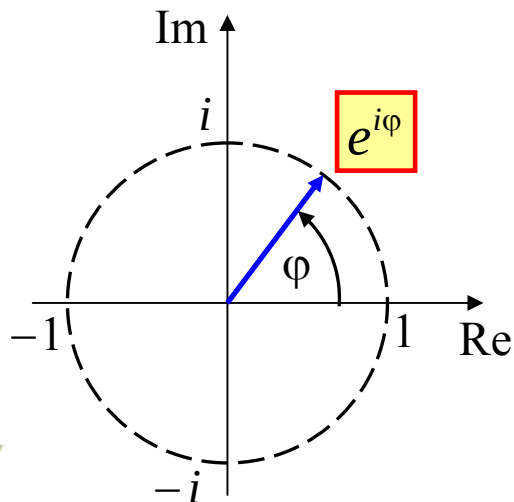
Eulerův vztah:

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$$

$$\sin \alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{3} + \frac{\alpha^5}{5} - \dots$$

$$\cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\alpha^4}{4} - \dots$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2} + \dots$$



$$i = \sqrt{-1}$$

Základy vektorového počtu

- ⊕ změna nějaké veličiny $Y = f(X_i)$, která je funkcí N proměnných X_i lze vyjádřit pomocí **totálního diferenciálu**

totální diferenciál:

$$dY = \sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial X_i} dX_i$$

Vyjadřuje lineární přírůstek funkce f

- ⊕ ve fyzice často veličiny závisí na jiných veličinách (např. na čase, atd.) a pro **změnu vektorové funkce skalárního argumentu** platí:

derivace

$$f'(x) \equiv \frac{df}{dx}$$

$$\frac{d\vec{a}(t)}{dt} = \left(\frac{da_x}{dt}, \frac{da_y}{dt}, \frac{da_z}{dt} \right) = \frac{da_x}{dt} \vec{i} + \frac{da_y}{dt} \vec{j} + \frac{da_z}{dt} \vec{k}$$



diferenciál vektoru:

$$d\vec{a}(t) = \vec{i} da_x + \vec{j} da_y + \vec{k} da_z$$

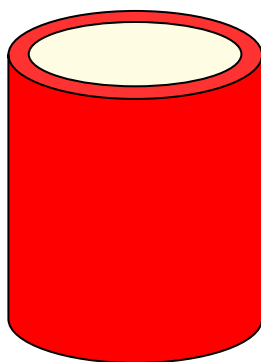
Základy vektorového počtu

Příklad: (výpočet změny objemu a povrchu válce)

⊕ pokud budou změny rozměrů ΔD a Δh dostatečně malé:

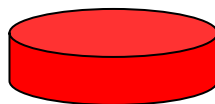
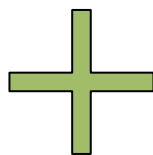
objem:

$$V = \pi r^2 h$$



povrch:

$$S = 2\pi r h + 2\pi r^2$$

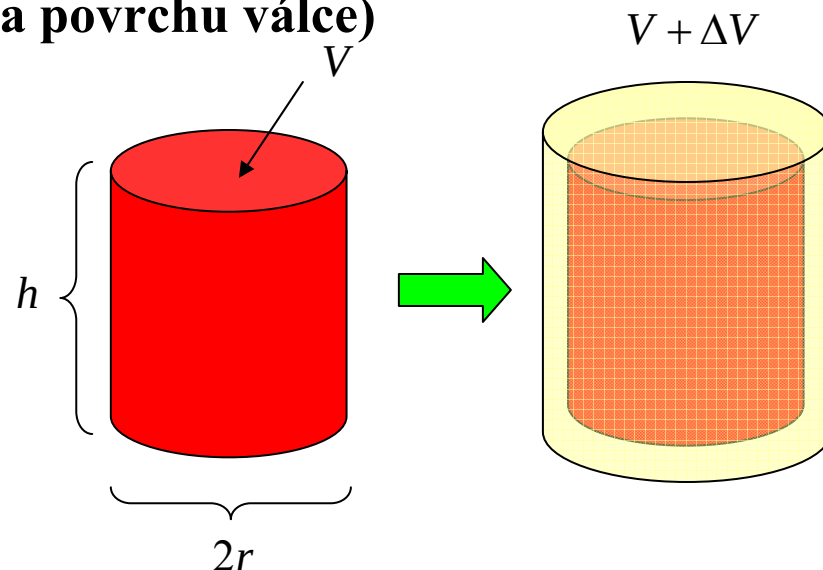


Změna objemu:

$$\Delta V \doteq \frac{\partial V}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial V}{\partial h} \Delta h = 2\pi r h \Delta r + \pi r^2 \Delta h$$

Změna povrchu:

$$\Delta S \doteq \frac{\partial S}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial S}{\partial h} \Delta h = (2\pi h + 4\pi r) \Delta r + 2\pi r \Delta h$$



Základy vektorového počtu

derivace součinu:

$$\frac{d}{dt}[S(t)\vec{a}(t)] = \frac{dS}{dt}\vec{a} + S \frac{d\vec{a}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}[\vec{a}(t)\vec{b}(t)] = \frac{d\vec{a}}{dt}\vec{b} + \vec{a} \frac{d\vec{b}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}[\vec{a}(t) \times \vec{b}(t)] = \frac{d\vec{a}}{dt} \times \vec{b} + \vec{a} \times \frac{d\vec{b}}{dt}$$

diferenciál součinu:

$$d[\vec{a}(t)\vec{b}(t)] = d\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot d\vec{b}$$

$$d[\vec{a}(t) \times \vec{b}(t)] = d\vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times d\vec{b}$$

$$d[\vec{a}(t)^2] = 2\vec{a} \cdot d\vec{a}$$

umožňuje určit, jak se nám změní
výsledný součin (skalární, vektorový)
při malé (infinitesimální) změně
dílčích veličin

Základy vektorového počtu

- ⊕ zaved'me nyní zcela zvláštní “vektor”, tzv. **Hamiltonův operátor** (nabla)

$$\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

jedná se o symbolický
diferenciální operátor, který
umožňuje zjistit změnu dané
veličiny v závislosti na
prostorových souřadnicích x, y, z

- ⊕ symbolicky též můžeme místo ∇ psát také

$$\frac{d}{d\vec{r}} \equiv \nabla$$

- ⊕ dále si zaved'me další symbolický diferenciální operátor, tzv. **Laplaceův operátor** Δ

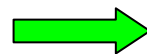
$$\Delta = \nabla^2 = \nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Základy vektorového počtu

- ⊕ **derivace složené vektorové funkce** vektorového argumentu: $\vec{a}(t, \vec{b}(t))$

$$\vec{c} = \frac{d\vec{a}}{dt} = \left(\frac{da_x}{dt}, \frac{da_y}{dt}, \frac{da_z}{dt} \right) = (c_x, c_y, c_z)$$

$$c_x = \frac{da_x}{dt} = \frac{\partial a_x}{\partial t} + \frac{\partial a_x}{\partial b_x} \frac{\partial b_x}{\partial t} + \frac{\partial a_x}{\partial b_y} \frac{\partial b_y}{\partial t} + \frac{\partial a_x}{\partial b_z} \frac{\partial b_z}{\partial t}$$



$$\vec{c} = \frac{d\vec{a}}{dt} = \frac{\partial \vec{a}}{\partial t} + \left(\frac{d\vec{b}}{dt} \cdot \nabla \right) \cdot \vec{a}$$

- ⊕ pokud platí: $\vec{b}(t) = \vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$

- ⊕ potom časová změna veličiny $\vec{a}(t, \vec{r})$

$$\vec{c} = \frac{d\vec{a}}{dt} = \frac{\partial \vec{a}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \cdot \vec{a}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

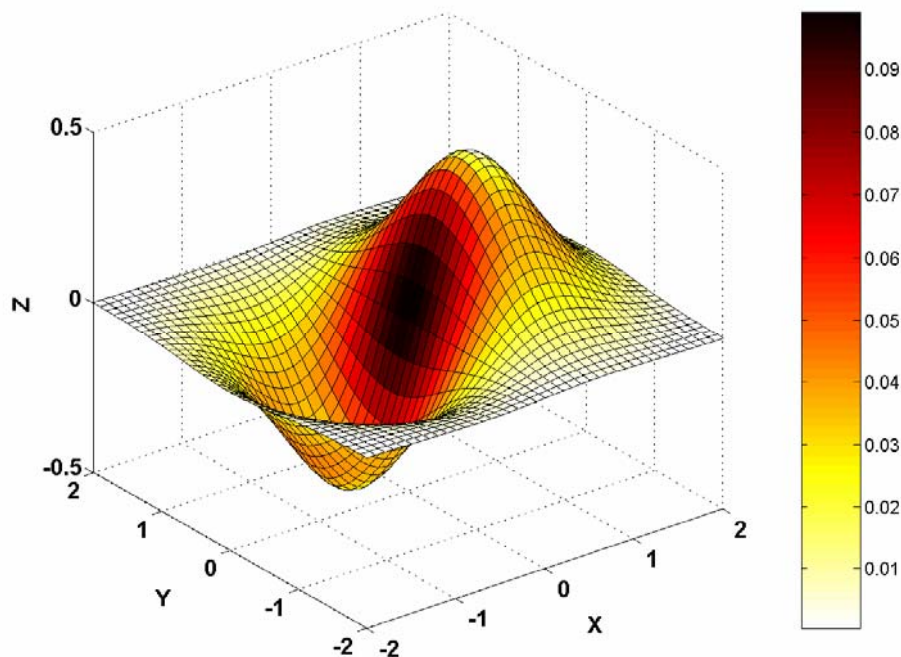
jedná se o častý praktický případ, kdy nám **veličina závisí na poloze a čase**, např. rychlost, teplota,...

Základy vektorového počtu

⊕ **gradient skalární funkce:**

$$\text{grad } S = \nabla \cdot S = \frac{dS}{d\vec{r}} = \left(\frac{\partial S}{\partial x}, \frac{\partial S}{\partial y}, \frac{\partial S}{\partial z} \right)$$

- výsledkem této diferenciální operace je **vektor**



**gradient vyjadřuje vektor
směru maximální
prostorové změny skalární
veličiny S ,**

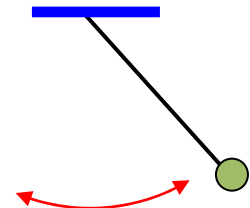
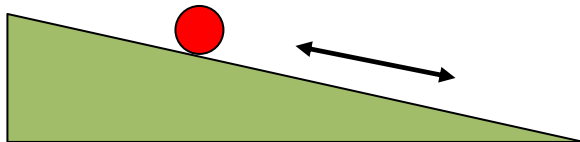
tj. směr, kterým nám v
daném místě prostoru daná
veličina (např. teplota)
nejvíce narůstá

$$z = f(x, y) = x \cdot e^{-(x^2 + y^2)}$$

Kinematika hmotného bodu

Kinematika

- ✚ zkoumá pohyb těles bez toho, že by se zabývala příčinami, které vedou k takovému pohybu
- ✚ **Hmotným bodem** rozumíme takové těleso, jehož **velikost, tvar a prostorové rozložení hmotnosti můžeme z hlediska řešené úlohy zanedbat**, a který můžeme v prostoru zobrazit jediným bodem.
- ✚ **Počet stupňů volnosti** $N=3$ (počet údajů, kterými je hmotný bod popsán v prostoru)
- ✚ Stupně volnosti můžeme odebrat pomocí **vazeb**



Charakteristiky pohybu hmot.bodu

- ⊕ **pohybový stav** - všechny nutné údaje, pomocí kterých určíme polohu tělesa.
- ⊕ **Polohu tělesa** určujeme v prostoru **pouze relativně** vzhledem k tzv. **vztažné souřadné soustavě**. Jednotlivé **polohy hmot.bodu jsou funkcí času**.
- ⊕ ve zvolené souřadné soustavě je pak poloha hmotného bodu určena tzv. **polohovým vektorem**.

$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t)) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

- ⊕ **vztažné soustavy se mohou pohybovat** (např.soustava spojená s pohybujícím se tělesem)

Charakteristiky pohybu hmot.bodu

⊕ **Trajektorie** – křivka v prostoru, po které se pohybuje hm.bod

⊕ **změna polohy** $d\vec{r} = ds \cdot \vec{\tau} = \vec{i}dx + \vec{j}dy + \vec{k}dz$ $|\vec{\tau}|=1$ - **tečný vektor**

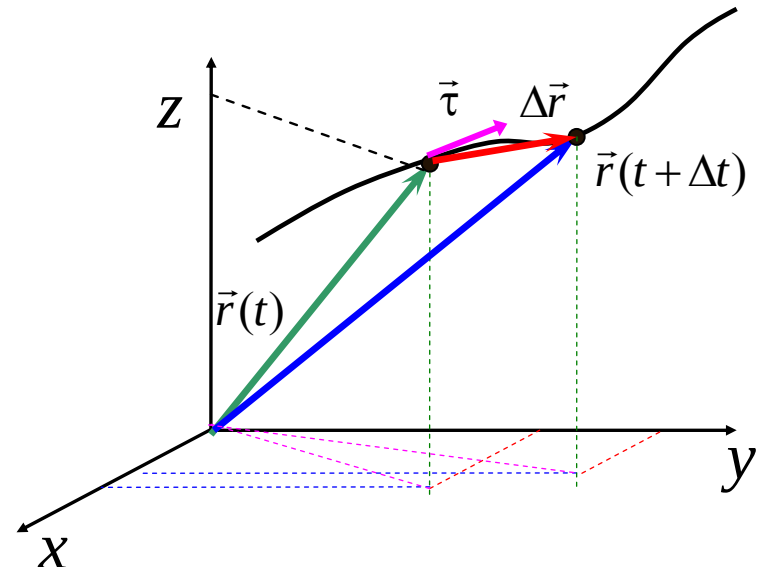
⊕ **dráha** $s = \int ds$ $ds = |d\vec{r}| = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$

⊕ **okamžitá rychlost** - časová změna polohy:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad [\text{m/s}]$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{ds}{dt} \vec{\tau} = \frac{ds}{dt} \vec{\tau} = v\vec{\tau}$$

okamžitá rychlost má
tečný směr k trajektorii



Charakteristiky pohybu hmot.bodu



Velikost rychlosti:

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}}{dt}$$



Průměrná rychlost:

$$v_p = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} v dt}{t_2 - t_1}$$

- Zrychlení hmotného bodu:**

- časová změna rychlosti

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \quad [\text{m/s}^2]$$

Charakteristiky pohybu hmot.bodu

Tečná a normálová složka zrychlení:

$$\vec{v} = v \cdot \vec{\tau}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(v \cdot \vec{\tau}) = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{\tau} + v \frac{d\vec{\tau}}{dt} = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{\tau} + v \frac{d\vec{\tau}}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{\tau} + v^2 \frac{d\vec{\tau}}{ds} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

tečná složka

normálová složka

$$\vec{\tau} \cdot \vec{\tau} = 1 \Rightarrow d(\vec{\tau} \cdot \vec{\tau}) = 2\vec{\tau} \cdot d\vec{\tau} = 0 \Rightarrow \vec{\tau} \perp d\vec{\tau} \Rightarrow \vec{n} = \frac{d\vec{\tau}}{|d\vec{\tau}|}$$

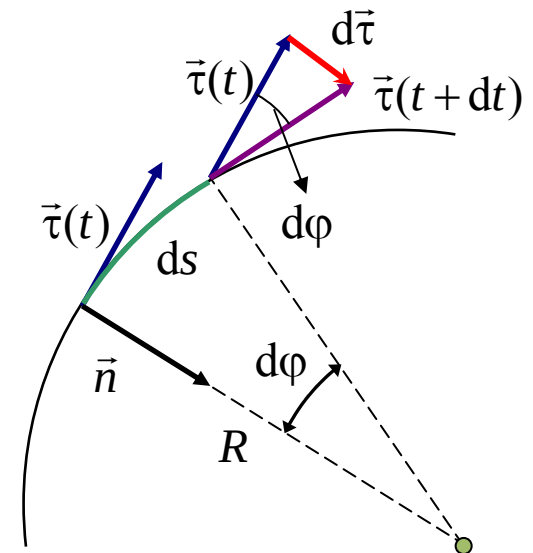
$$d\vec{\tau} = d\vec{\phi} \times \vec{\tau} \Rightarrow |d\vec{\tau}| = d\phi = \frac{ds}{R} \Rightarrow \frac{d\vec{\tau}}{ds} = \frac{\vec{n}}{R}$$

• **tečná složka:**

$$\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{\tau}$$

• **normálová složka:**

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n}$$



Charakteristiky pohybu hmot.bodu

⊕ Výsledné zrychlení pohybu má **směr** obecně odlišný od tečny k trajektorii

⊕ Velikost zrychlení:

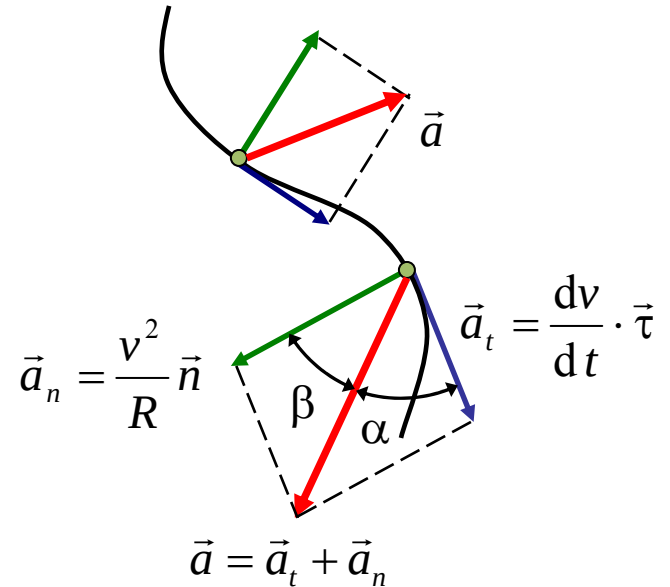
$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_n}{a_t}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{a_t}{a_n}$$



Příklady pohybu hmot.bodu



Přímočarý pohyb hmotného bodu:

$$\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{\tau} \quad R = \infty \quad \vec{a}_n = 0$$

- Rovnoměrný přímočarý pohyb:**

zrychlení: $\vec{a} = 0$

rychlost: $\vec{v} = \int \vec{a} dt = \text{konst.}$

dráha: $\vec{r} = \int \vec{v} dt = \vec{r}_0 + \vec{v} t$

Počáteční podmínky

$$\vec{r}_0(t_0) = (x_0, y_0, z_0)$$

$$\vec{v} = (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z})$$

Příklady pohybu hmot.bodu

- Rovnoměrně zrychlený přímočarý pohyb:

zrychlení: $\vec{a} = konst.$

rychlost: $\vec{v} = \int \vec{a} dt = \vec{v}_0 + \vec{a} t$

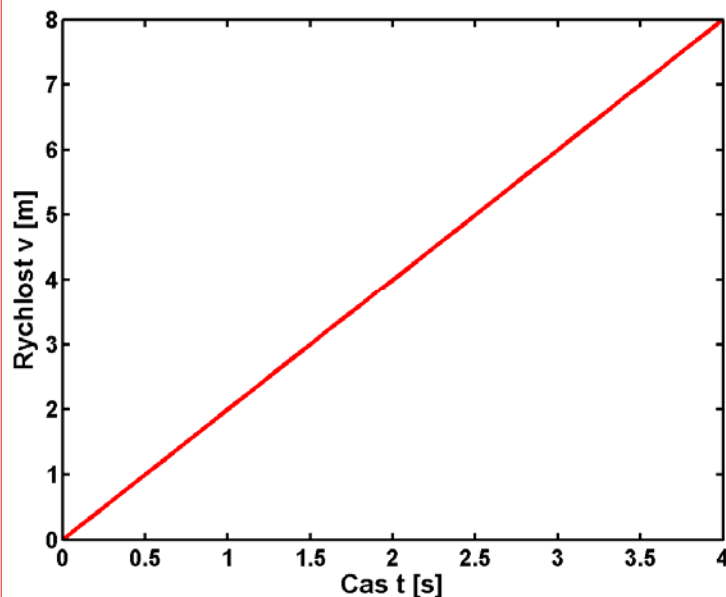
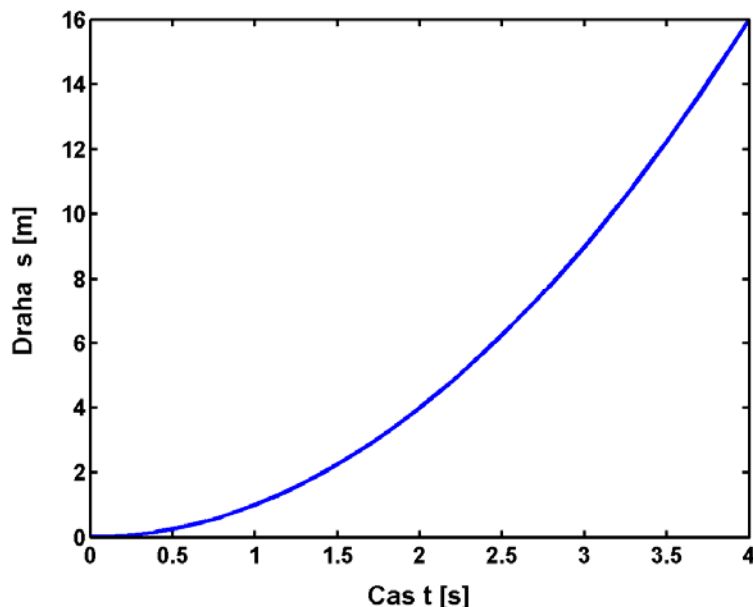
dráha: $\vec{r} = \int \vec{v} dt = \int (\vec{v}_0 + \vec{a} t) dt = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$

Počáteční podmínky

$$\vec{r}_0(t_0) = (x_0, y_0, z_0)$$

$$\vec{v}_0(t_0) = (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z})$$

$$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$$



Příklady pohybu hmot.bodu



Křivočarý pohyb hmotného bodu:

$$\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{\tau}$$

$$\vec{a}_n \neq 0$$

• Pohyb po kružnici:

$$r = \text{konst.}$$

- **úhlové pootočení** φ - úhel, který svírají dva průvodiče pohybujícího se bodu

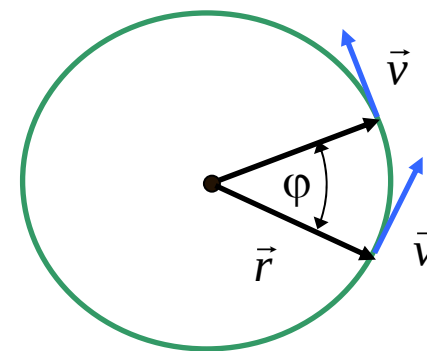
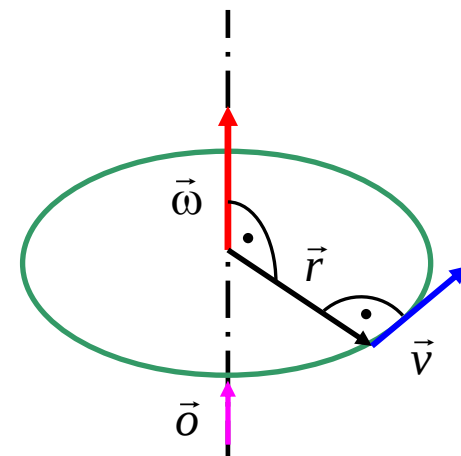
$$\vec{\varphi} = \varphi \cdot \vec{o}$$

- **úhlová rychlost** ω - časová změna úhlu φ

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} \vec{o} \quad [\text{rad/s}]$$

- časovou změnu úhlové rychlosti poté vyjadřuje **úhlové zrychlení**

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} \quad [\text{rad/s}^2]$$

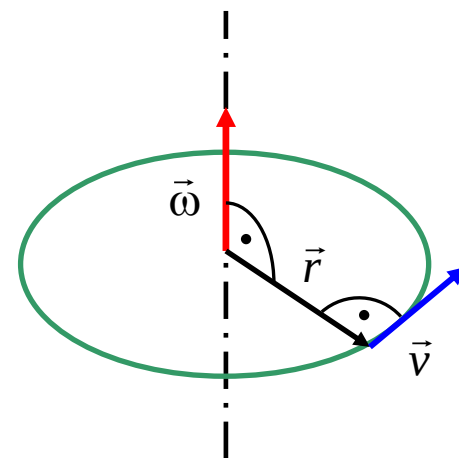


Příklady pohybu hmot.bodu

- dráha a rychlost pohybu:

$$d\vec{r} = d\vec{\varphi} \times \vec{r} \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \times \vec{r} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$s = r\varphi \quad \Rightarrow \quad v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\varphi}{dt} = r\omega$$



- zrychlení pohybu:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r}) = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

tečná složka

normálová složka

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega r) = r \frac{d\omega}{dt} = r\varepsilon$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

Příklady pohybu hmot.bodu

⊕ rovnoměrný kruhový pohyb:

$$v = \text{konst.} \quad \omega = \text{konst.} \quad R = \text{konst.}$$

zrychlení: $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 0 \quad \vec{a}_t = \vec{0} \quad \vec{a}_n = \vec{n} \frac{v^2}{R}$

rychlost: $v = \omega R \quad \omega = \text{konst.}$

Počáteční podmínky

úhlové otočení: $\varphi = \int \omega dt = \varphi_0 + \omega t$

$$\varphi(t_0) = \varphi_0$$

$$\omega(t_0) = \omega$$

- **perioda pohybu** T – doba 1 oběhu kružnice
- **frekvence pohybu** f – počet oběhů za 1 sekundu

$$f = \frac{1}{T}$$

• kruhová frekvence:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi(t_0) = 0 \\ \varphi(t_0 + T) = 2\pi \end{array} \right\} \longrightarrow \varphi(t_0 + T) = \varphi_0(T) + \omega T \longrightarrow$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Příklady pohybu hmot.bodu

⊕ **rovnoměrně zrychlený kruhový pohyb:**

$$\varepsilon = \text{konst.} \quad R = \text{konst.}$$

zrychlení: $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \text{konst.}$

$$\vec{a}_t = \vec{0} \quad \vec{a}_n = \vec{n} \frac{v^2}{R}$$

rychlost: $\omega = \int \varepsilon dt = \omega_0 + \varepsilon t$

$$v = \omega R$$

úhlové otočení: $\varphi = \int \omega dt = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \varepsilon t^2$

$$s = \varphi R$$

Počáteční podmínky

$$\varphi(t_0) = \varphi_0$$

$$\omega(t_0) = \omega_0$$

$$\varepsilon(t_0) = \varepsilon$$

Příklady pohybu hmot.bodu

Příklad: (brzdná dráha automobilu)

-rovnoměrně zpomalený
přímocharý pohyb

$$s = s_0 + s' = v_0 t_r + v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$$

$$v = v_0 - at$$

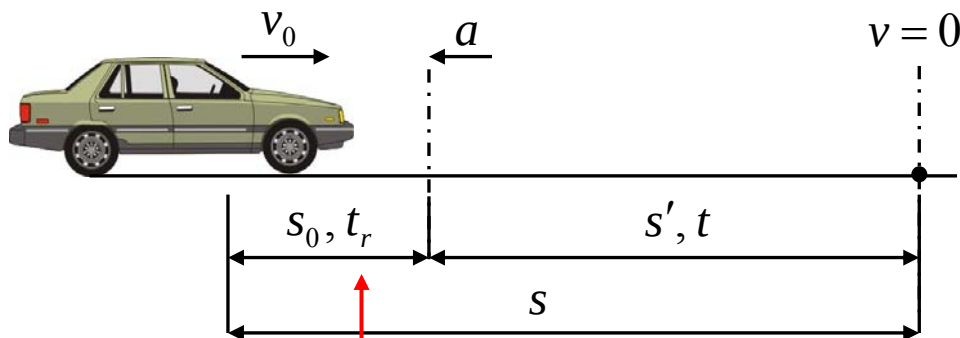
↓

$$v = 0 \quad \longrightarrow \quad t = \frac{v_0}{a} \quad \longrightarrow \quad s = v_0 t_r + \frac{v_0^2}{2a}$$

brzdná dráha

zpomalení auta

$$a = 2,5 \text{ m/s}^2$$



**reakční doba
řidiče $t_r = 1 \text{ s}$**

$$v_{01} = 50 \text{ km/h} \quad \longrightarrow \quad s_1 = 52,5 \text{ m}$$

$$v_{02} = 90 \text{ km/h} \quad \longrightarrow \quad s_2 = 138,9 \text{ m}$$

$$v_{03} = 150 \text{ km/h} \quad \longrightarrow \quad s_3 = 388,9 \text{ m}$$

Příklady pohybu hmot.bodu

Příklad: (cyklista)

- přední převodník $N_1 = 52$ zubů
- zadní převodník $N_2 = 13$ zubů
- průměr kola $D = 70$ cm

frekvence šlapání

$$v_0 = 50 \text{ km/h} \longrightarrow f_1 = ?$$

$$v = 2\pi f_1 r_1 = 2\pi f_2 r_2 = \text{konst.}$$



$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

frekvence otáčení kola

$$f_2 = \frac{v_0}{\pi D}$$

frekvence šlapání

$$f_1 = \frac{N_2}{N_1} f_2 = \frac{v_0 N_2}{\pi D N_1} \doteq 95 \text{ ot/min.}$$

