Geometrická optika

Energetické vlastnosti optického záření

radiometrické veličiny

- popisují záření z hlediska přenosu energie

zářivý tok (výkon záření) Φ_e

$$\Phi_e = \frac{\mathrm{d}W_e}{\mathrm{d}t} \quad [\mathrm{W}]$$

- zářivá energie W_e , která projde za jednotku času nějakou plochou

spektrální hustota zářivého toku $\Phi_{e\lambda}$

$$\Phi_{e\lambda} = \frac{\mathrm{d}\Phi_e}{\mathrm{d}\lambda}$$

- část zářivého toku Φ_e připadající na interval vlnových délek $(\lambda,\lambda+\mathrm{d}\lambda)$

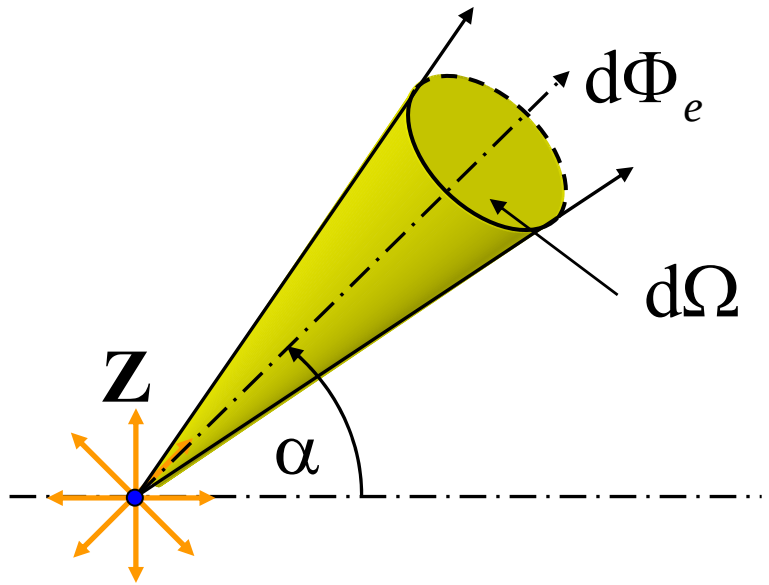
Geometrická optika

Zářivost zdroje I_e

bodový zdroj

- zářivost I_e bodového zdroje ve směru osy elementárního prostorového úhlu dΩ, tj. v daném směru, je dána podílem části zářivého toku $d\Phi_e$, který vychází ze zdroje do malého prostorového úhlu dΩ, a velikosti tohoto prostorového úhlu dΩ

$$I_e = \frac{d\Phi_e}{d\Omega} \quad [\mathrm{W \cdot sr^{-1}}]$$



Geometrická optika

Zář (plošná zářivost) L_e

plošný zdroj

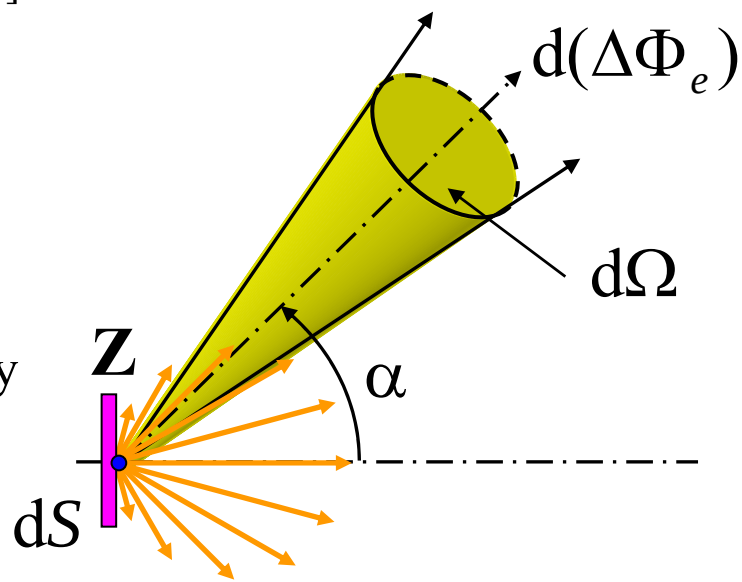
- podíl zářivosti $\mathrm{d}I_e$ elementární plošky o obsahu $\mathrm{d}S$ zdroje ve zvoleném směru α (úhel α měříme od normály k plošce $\mathrm{d}S$) a kolmého průmětu plošky v tomto směru
- zářivost je určena jako část celkového zářivého toku $\mathrm{d}(\Delta\Phi_e)$, který vyzařuje zdroj do elementárního prostorového úhlu Ω v daném směru

$$L_e = \frac{\mathrm{d}I_e}{\mathrm{d}S\cos\alpha} = \frac{\mathrm{d}(\Delta\Phi_e)}{\mathrm{d}S\cos\alpha\,\mathrm{d}\Omega} \quad [\mathrm{W\cdot m^{-2}sr^{-1}}]$$

Intenzita vyzařování M_e

- určena podílem zářivého toku $\mathrm{d}\Phi_e$ vysílaného danou ploškou zdroje do poloprostoru a obsahu $\mathrm{d}S$ této plošky

$$M_e = \frac{\Delta\Phi_e}{\Delta S} \quad [\mathrm{W/m^2}]$$

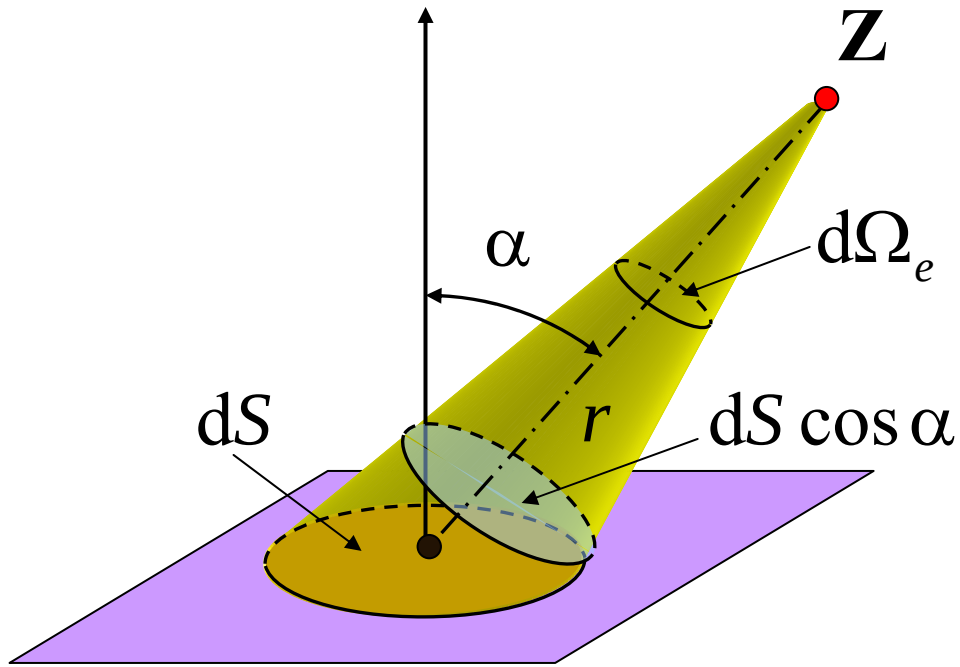


Geometrická optika

Intenzita ozařování E_e

- Φ je určeno podílem zářivého toku $d\Phi_e$ a plošky dS, na kterou tento tok dopadá

$$E_e = \frac{d\Phi_e}{dS} \quad [W/m^2]$$

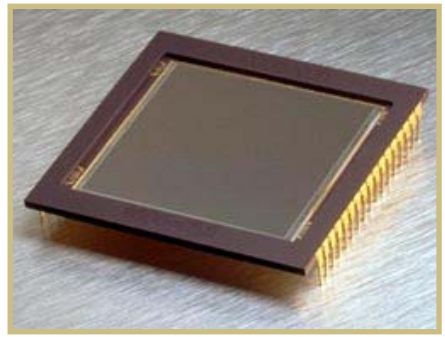


Geometrická optika

Detekce optického záření receptorem záření

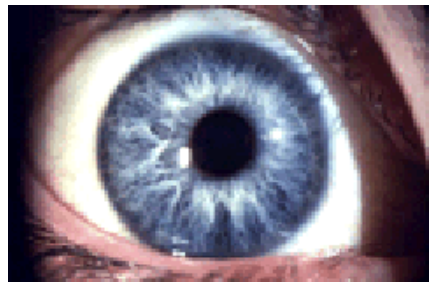
na receptor dopadá zářivý tok $d\Phi_e$ v oblasti vlnových délek $(\lambda,\lambda+d\lambda)$

$$d\Phi_e = \Phi_{e\lambda}(\lambda)d\lambda$$



výstupní signál receptoru v důsledku zářivého toku $d\Phi_e$

$$dY = Y_\lambda(\lambda)d\lambda$$



spektrální citlivost receptoru

$$s(\lambda) = \frac{dY}{d\Phi_e} = \frac{Y_\lambda(\lambda)}{\Phi_{e\lambda}(\lambda)}$$

poměrná spektrální citlivost receptoru

$$s_r(\lambda) = \frac{s(\lambda)}{s(\lambda_m)} \qquad \lambda_m \rightarrow s_r(\lambda_m) = 1$$

Geometrická optika

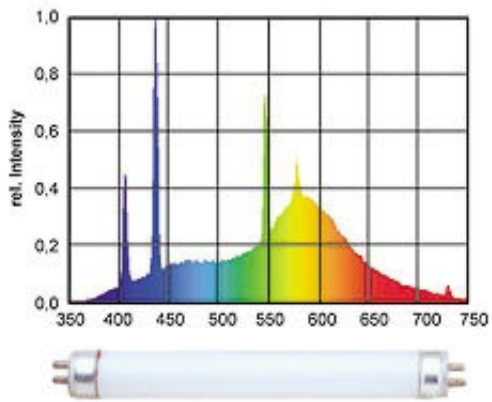
celková velikost vstupního toku Φ_e v oblasti vlnových délek (λ_1,λ_2)

$$\Phi_e = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \Phi_{e\lambda}\,\mathrm{d}\lambda$$

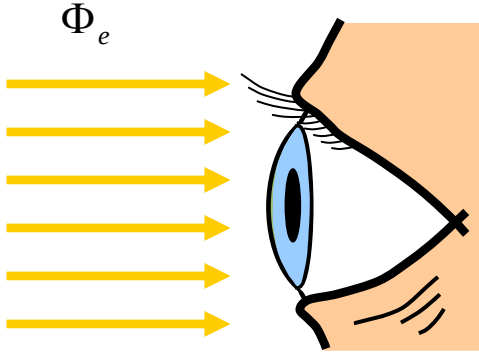
celková velikost výstupního signálu *Y*

$$Y = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} Y_\lambda\,\mathrm{d}\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} s(\lambda)\Phi_{e\lambda}\,\mathrm{d}\lambda = s(\lambda_m)\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} s_r(\lambda)\Phi_{e\lambda}\,\mathrm{d}\lambda$$

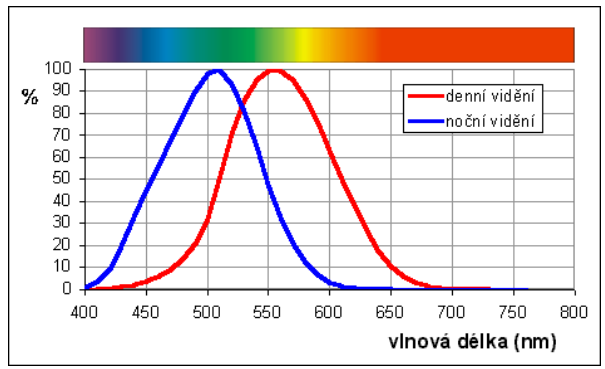
$\Phi_{e\lambda}(\lambda)$



Φ_e



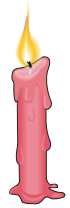
$s_r(\lambda)$



Geometrická optika

Fotometrické vlastnosti optických soustav

- parametry optických soustav ovlivňují fyzikální vlastnosti světelného pole při jejich průchodu (zejména intenzitu záření)



Světelný tok Φ

- výkon zářivého toku Φ_e, zhodnocený podle světelného vjemu, který vyvolává na detektoru záření (lidské oko)

Φ_e [W] ⇔ Φ [lm]

$$K = \frac{\Phi}{\Phi_e}$$

světelná účinnost záření

$$K_m = 683 \text{ lm/W}$$

$$V_\lambda = \frac{K_\lambda}{K_m}$$

poměrná světelná účinnost záření

spektrální rozdělení energie W_λ zdroje záření

$$d\Phi_\lambda = K_\lambda W_\lambda d\lambda \quad \Rightarrow \quad \Phi = K_m \int_0^\infty V_\lambda W_\lambda d\lambda \quad \text{[lumen]}$$

Geometrická optika

Světelný tok Φ

- 1 lm je světelný tok, který vysílá absolutně černé těleso při teplotě tuhnoucí platiny (T = 2042,5 K) plochou o velikosti S =5,305·10^{-3} cm^2

Planckův vyzařovací zákon

$$H_\lambda = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1}$$

$$C_1 = 2\pi hc^2 = 3{,}74 \cdot 10^{-16}\ \mathrm{Wm}^2$$

$$C_2 = hc/k = 1{,}438 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{mK}$$

$$K_m = \frac{1}{S\int_0^\infty V_\lambda H_\lambda \mathrm{d}\lambda}$$

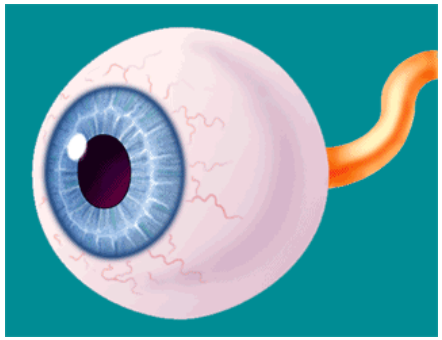
$$K_m = 683\ \mathrm{lm/W}$$

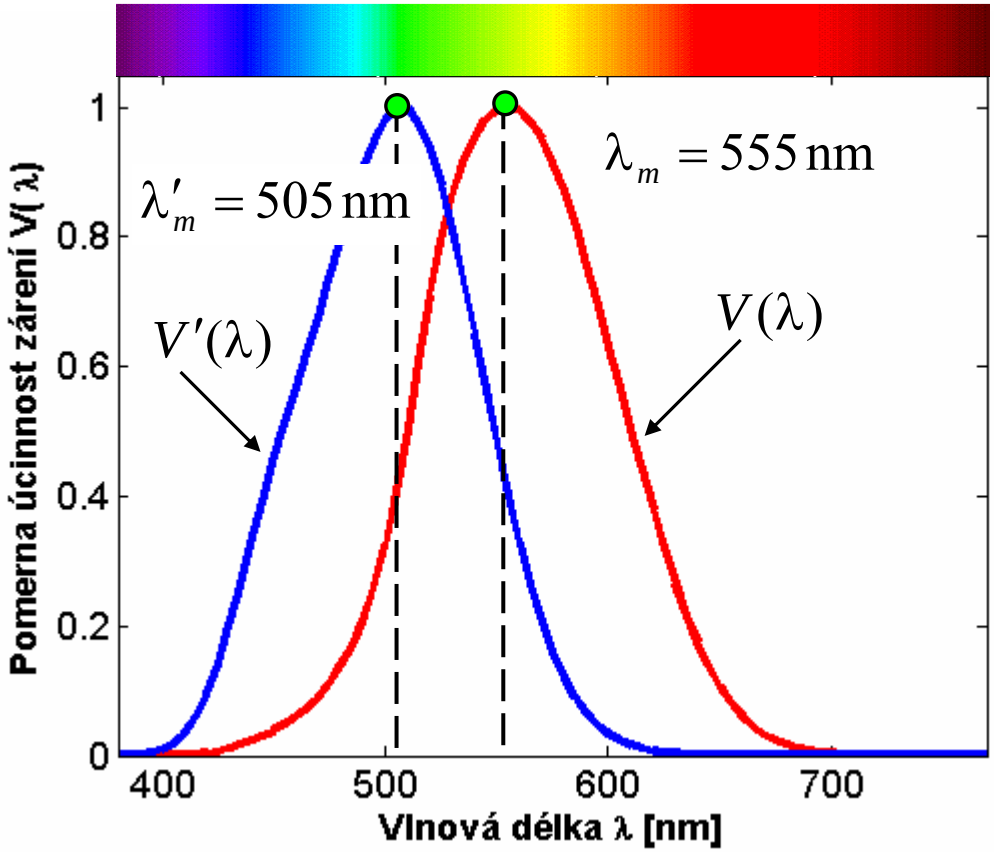
$$K_m' = 1746\ \mathrm{lm/W}$$

Geometrická optika

poměrná světelná účinnost záření $V(\lambda)$

- vyjadřuje citlivost lidského oka na světlo o dané vlnové délce λ
- je rozdílná pro denní (λ_m= 555 nm) a noční vidění (λ_m= 505 nm)

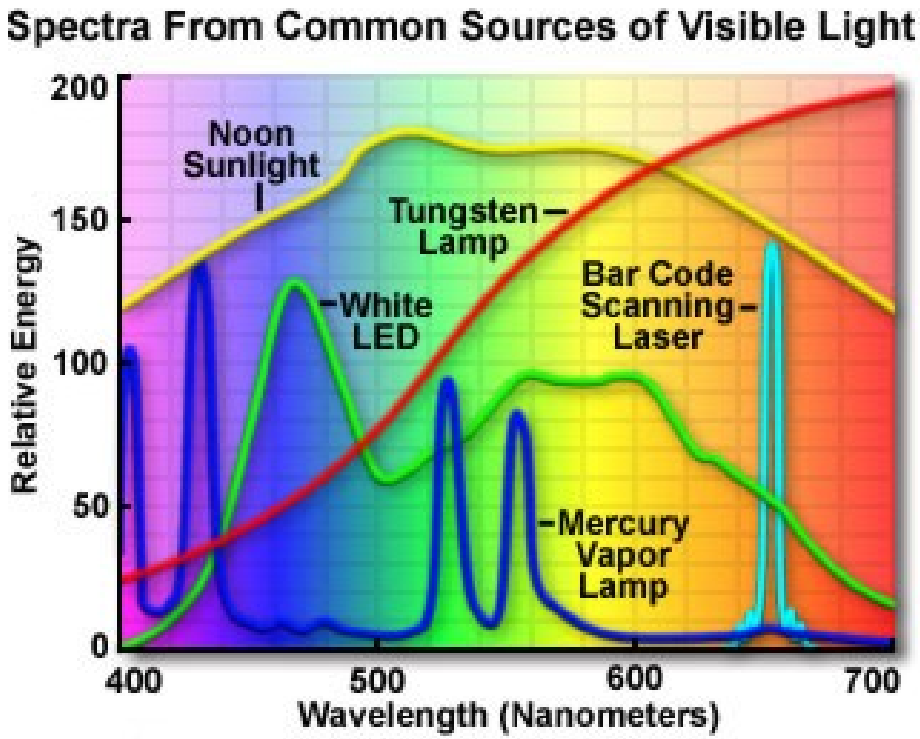


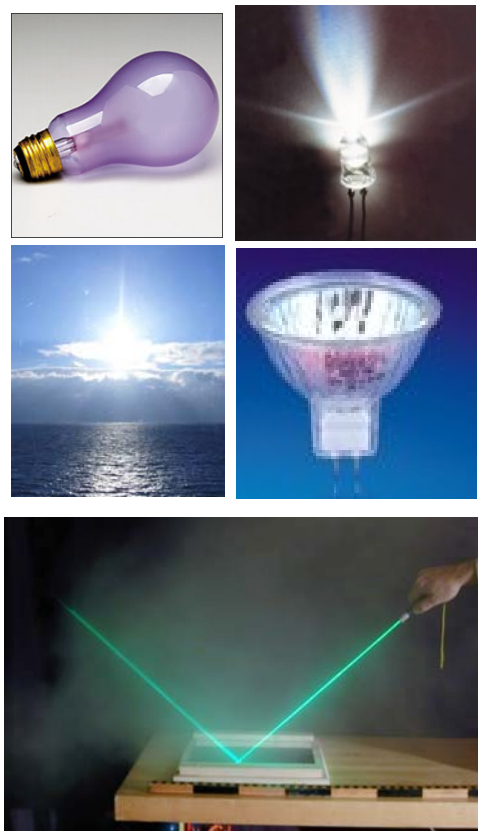


Geometrická optika

spektrální rozdělení energie W_λ zdroje záření

- vyjadřuje vyzařování energie daného světelného zdroje v závislosti na vlnové délce λ
- je rozdílné pro různé zdroje světla



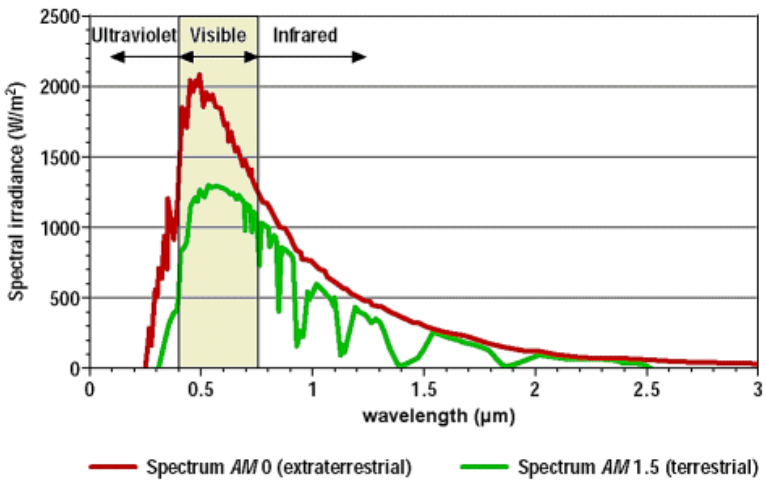


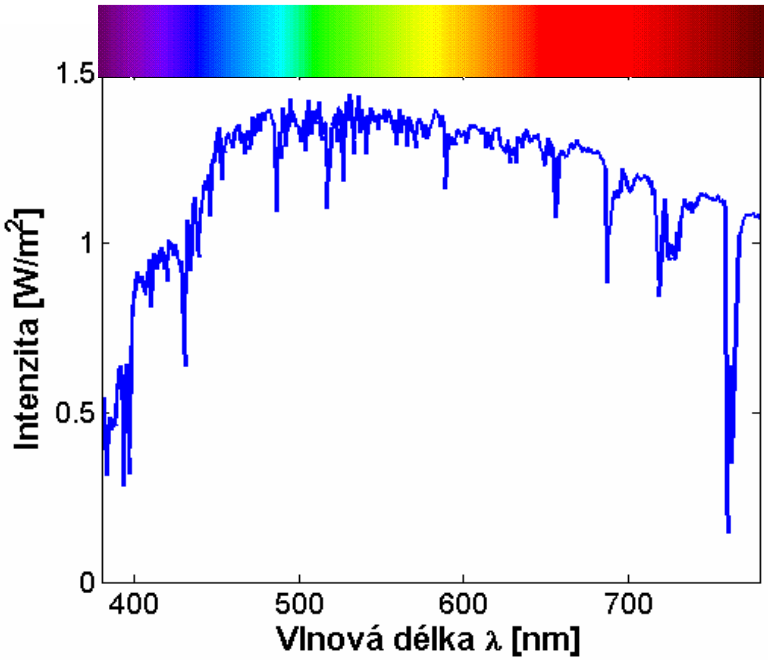
Geometrická optika

sluneční světlo

- nejběžnější osvětlení používané pro nejrůznější účely
- pouze malá část se nachází ve viditelném spektru
- denní světlo je vnímáno zrakem jako bílé

spektrum slunečního záření



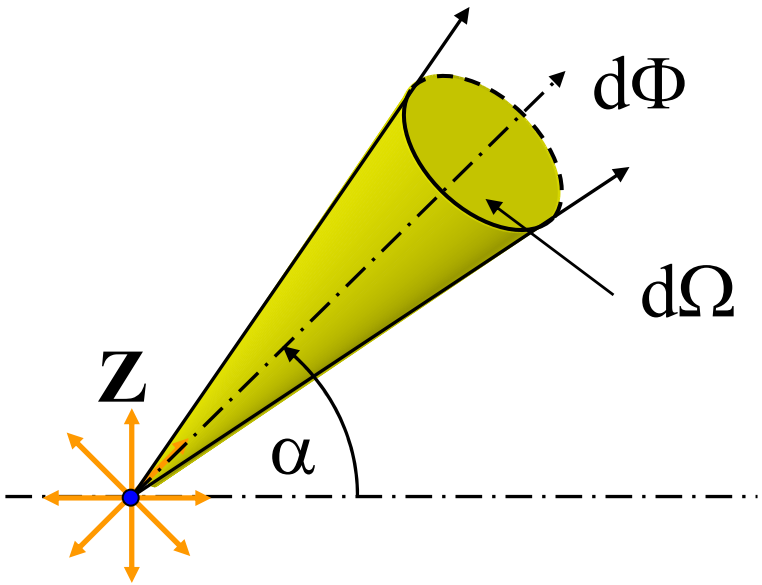


Geometrická optika

Svítivost I_α

- svítivost ***I*** bodového zdroje ve směru osy elementárního prostorového úhlu dΩ, tj. v daném směru, je dána podílem části světelného toku dΦ, který vychází ze zdroje do malého prostorového úhlu dΩ v tomto směru a tohoto prostorového úhlu dΩ

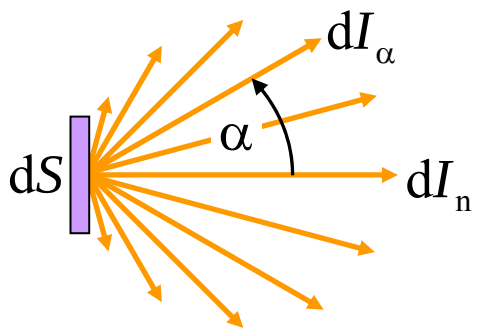
$$I_\alpha = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\Omega} \quad [\text{kandela}]$$



Lambertovské (kosinové) zářiče

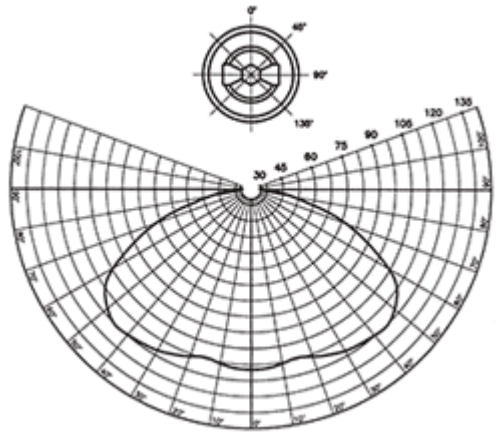
- svítivost ***I*** u plošných zdrojů má v mnoha případech závislost na směru α od normály k zářící plošce

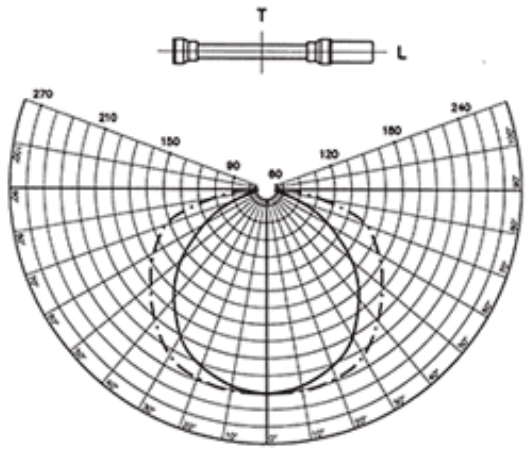
$$\mathrm{d}I_\alpha = \mathrm{d}I_n \cos\alpha$$



Geometrická optika

- svítivost ***I*** zdroje se v praxi charakterizuje tzv. **fotometrickým diagramem svítivosti**, který lze získat pomocí fotogoniometru





Geometrická optika

Jas L_α

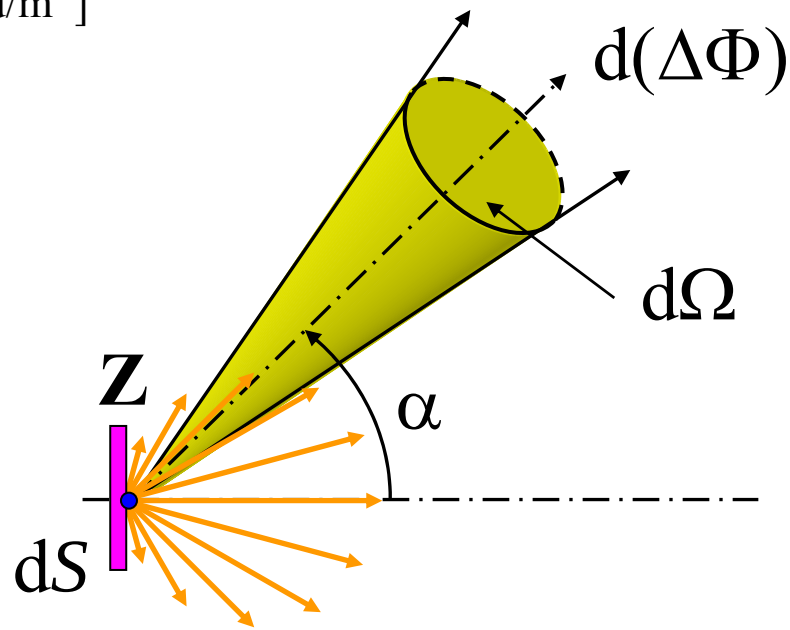
- podílem svítivosti dI elementární plošky o obsahu dS zdroje ve zvoleném směru α (α měříme od normály k plošce dS) a kolmého průmětu plošky v tomto směru
- svítivost je určena jako část celkového toku $\mathrm{d}(\Delta\Phi)$, který vyzařuje zdroj do elementárního prostorového úhlu Ω v daném směru

$$L_\alpha = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S\cos\alpha} = \frac{\mathrm{d}(\Delta\Phi)}{\mathrm{d}S\cos\alpha\,\mathrm{d}\Omega} \quad [\mathrm{nit} \equiv \mathrm{cd/m^2}]$$

Lambertovský (kosinový) zářič

$$\mathrm{d}I_\alpha = \mathrm{d}I_n\cos\alpha$$

$$L_\alpha = \frac{\mathrm{d}I_\alpha}{\mathrm{d}S\cos\alpha} = \frac{\mathrm{d}I_n}{\mathrm{d}S} = L_n = \text{konst.}$$



Geometrická optika

Osvětlení *E*

- Φ je určeno podílem světelného toku dΦ a plošky d*S*, na kterou tento tok dopadá

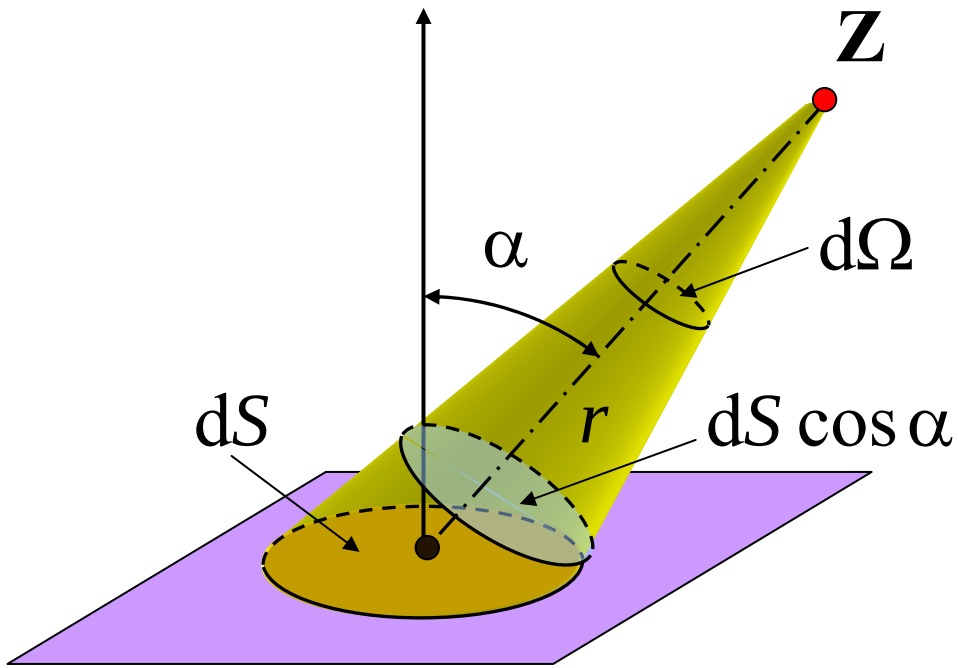
$$E = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}S} \quad [\mathrm{lux}]$$

a) osvětlení od bodového zdroje

$$\mathrm{d}\Omega = \frac{\mathrm{d}S \cos\alpha}{r^2}$$

$$\mathrm{d}\Phi = \frac{I_\alpha}{r^2}\mathrm{d}S \cos\alpha$$

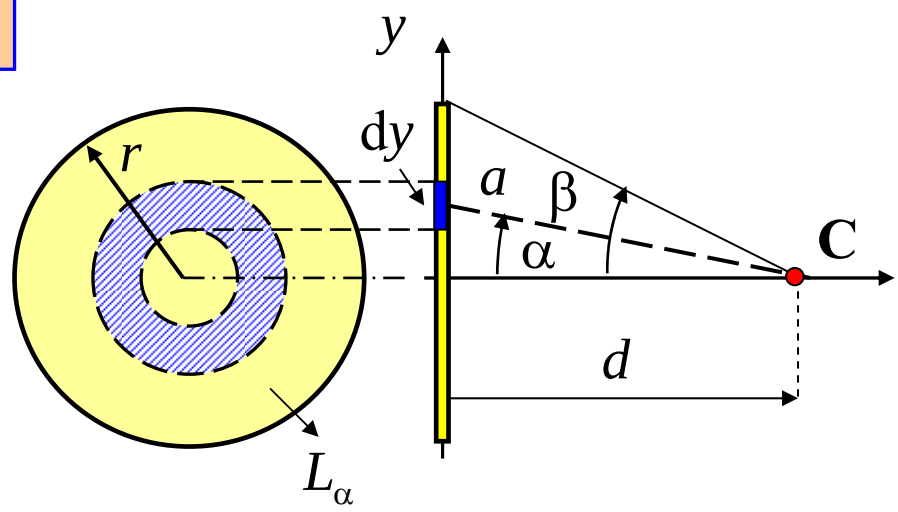
$$E = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}S} = \frac{I_\alpha}{r^2}\cos\alpha$$



Geometrická optika

b) osvětlení od plošného zdroje

- kruhová ploška, kosinový zářič



$$\mathrm{d}S = 2\pi y \mathrm{d}y$$

$$\mathrm{d}I_\alpha = L_\alpha \mathrm{d}S \cos\alpha = L_\alpha 2\pi y \mathrm{d}y \cos\alpha$$

$$y = d\,\mathrm{tg}\alpha \qquad \mathrm{d}y = d\frac{\mathrm{d}\alpha}{\cos^2\alpha} \qquad a = \frac{d}{\cos\alpha}$$

$$\mathrm{d}E_C = \frac{\mathrm{d}I_\alpha \cos\alpha}{a^2} = 2\pi L_\alpha \sin\alpha\cos\alpha\,\mathrm{d}\alpha$$

$$E_C = \pi L_\alpha \int_0^\beta \sin 2\alpha\,\mathrm{d}\alpha = \pi L_\alpha \sin^2\beta = \frac{\pi r^2 L_\alpha}{d^2 + r^2}$$

r* << *d $\Rightarrow$ lze považovat za bodový zdroj

Geometrická optika

Příklady fotometrických veličin

Jas	L [nit]
povrch Slunce	$2 \cdot 10^9$
zářivka	$6 \cdot 10^3$
plamen svíčky	$5 \cdot 10^3$
oblačná obloha	$3 \cdot 10^3$
Měsíc	$2 \cdot 10^3$

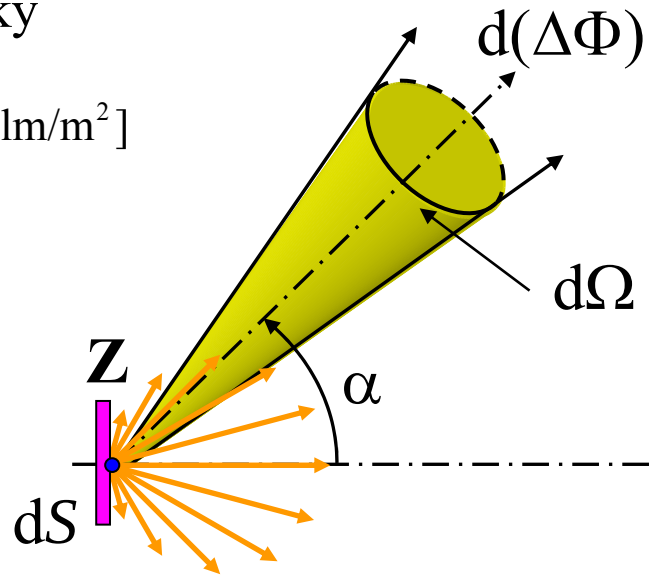
Osvětlení	E [lux]
přímé sluneční světlo	10^4
rozptýlené denní světlo	10^3
umělé osvětlení místnosti	100
měsíční světlo	0,2

Geometrická optika

Světlení *M*

- určeno podílem světelného toku dΦ vysílaného danou ploškou zdroje do poloprostoru a obsahu d*S* této plošky

$$M = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S} \quad [\mathrm{lm/m^2}]$$



Expozice *H*

$$H = E\Delta t \quad [\mathrm{lux \cdot s}]$$

- součin osvětlení *E* plochy a doby Δ*t*, po kterou osvětlení trvá

Geometrická optika

- **Příklad:**

- bodový zdroj o svítivosti $I = 1800$ cd osvětluje ze vzdálenosti $d = 5$m desku stolu o velikosti 30×30cm ve směru $\alpha = 30°$ od normály k desce (odrazivost desky stolu $R = 0{,}8$)

osvětlení desky $E = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}S} = \frac{I}{d^2}\cos\alpha = 62{,}3\ \mathrm{lx}$

světlení desky $M = R \cdot E = 49{,}8\ \mathrm{lm/m^2}$

$\Omega = 2\pi(1-\cos\alpha)$

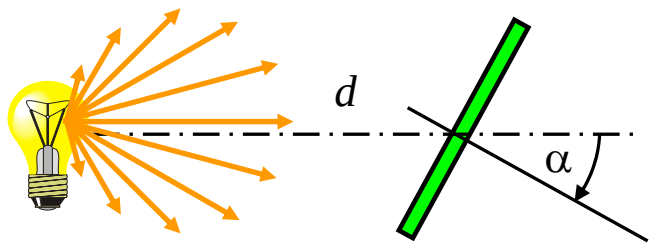
$\mathrm{d}\Omega = 2\pi\sin\alpha\,\mathrm{d}\alpha$

$$\Delta\Phi = \int L\Delta S\cos\alpha\,\mathrm{d}\Omega = 2\pi L\Delta S\int_0^{\pi/2}\sin\alpha\cos\alpha\,\mathrm{d}\alpha = \pi L\Delta S$$

$$M = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S} = \pi L$$

jas desky $L = M/\pi = 15{,}9$ nit

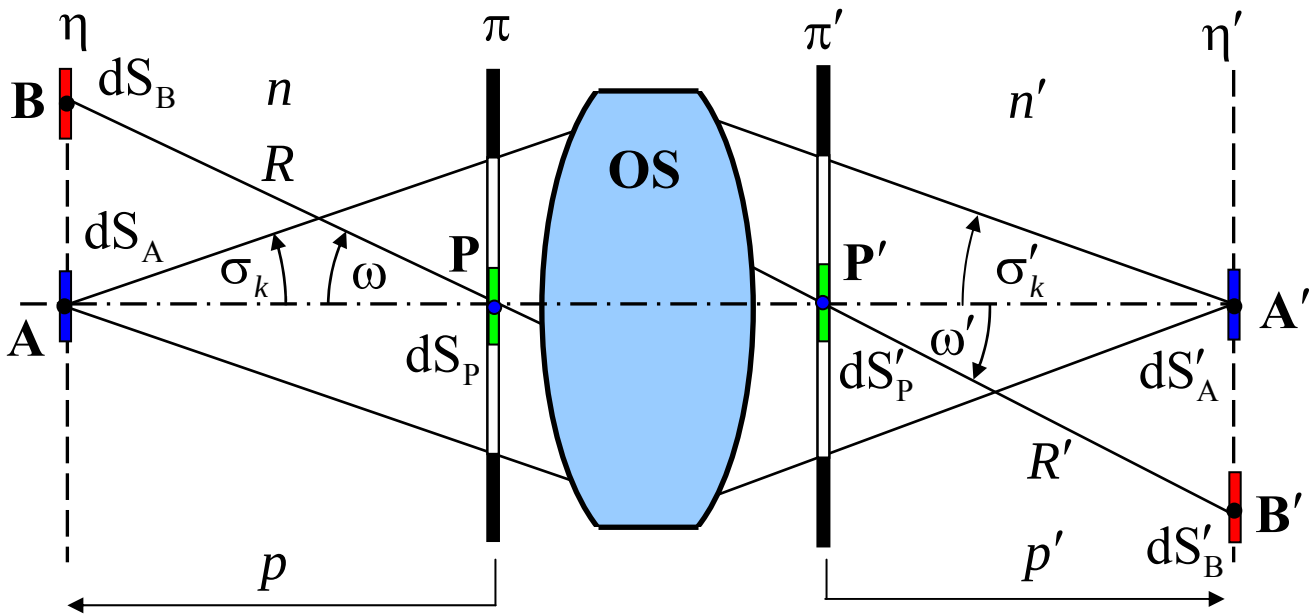
svítivost desky $I' = L \cdot S = 1{,}43$ cd



Geometrická optika

Osvětlení v rovině obrazu – plošný zdroj

- v praxi nás zajímá, jaké bude **osvětlení *E* v obrazové rovině** optické soustavy při různých parametrech optické soustavy (zaclonění, zorném poli)



$$E'_B = K_\omega E'_A \cos^4 \omega'$$

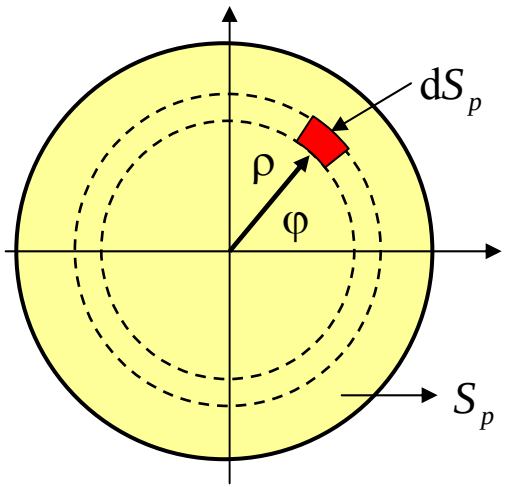
$$E'_A = T\left(\frac{n'}{n}\right)^2 \pi L \sin^2 \sigma'_k = \frac{\pi L}{4n^2}\left(\frac{T}{c^2}\right)$$

Geometrická optika

a) osový bod

$$\rho = p\sin\sigma \qquad \mathrm{d}\rho = p\cos\sigma\,\mathrm{d}\sigma$$

$$\mathrm{d}\Omega = \frac{\mathrm{d}S_\mathrm{p}}{p^2\cos\sigma} = \frac{\rho\,\mathrm{d}\rho\,\mathrm{d}\varphi}{p^2\cos\sigma} = \sin\sigma\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\sigma$$



elementární světelný tok v rovině vstupní pupily

$$\mathrm{d}^2\Phi_A = L\,\mathrm{d}\Omega\,\mathrm{d}S_A\cos\sigma = L\,\mathrm{d}S_A\sin\sigma\cos\sigma\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\sigma$$

$$\mathrm{d}\Phi_A = L\,\mathrm{d}S_A\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi\int_0^{\sigma_k}\sin\sigma\cos\sigma\,\mathrm{d}\sigma = \pi L\,\mathrm{d}S_A\sin^2\sigma_k$$

$$\mathrm{d}\Phi'_A = T\,\mathrm{d}\Phi_A$$

$$\mathrm{d}\Phi'_A = \pi L'\,\mathrm{d}S'_A\sin^2\sigma'_k$$

$$\frac{n\sin\sigma}{n'\sin\sigma'} = m \qquad \frac{\mathrm{d}S_A}{\mathrm{d}S'_A} = \frac{\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x}{\mathrm{d}y'\,\mathrm{d}x'} = \frac{1}{m^2}$$

osvětlení ve středu obrazu

$$E'_A = \frac{\mathrm{d}\Phi'_A}{\mathrm{d}S'_A} = \frac{\pi L}{n^2}T(n'\sin\sigma'_k)^2 = \frac{\pi L}{4n^2}\frac{T}{c^2}$$

$$\frac{L'}{L} = T\frac{\mathrm{d}S_A\sin^2\sigma}{\mathrm{d}S'_A\sin^2\sigma'} = T\left(\frac{n'}{n}\right)^2$$

Geometrická optika

b) mimosový bod

elementární světelný tok v pupilách

$$d\Omega = \frac{dS_p \cos\omega}{R^2} = \frac{dS_p \cos^3\omega}{p^2}$$

$$d^2\Phi_B = L\,d\Omega\,dS_B\cos\omega = L\frac{dS_B\,dS_p}{p^2}\cos^4\omega = d^2\Phi_A\cos^4\omega$$

$$d^2\Phi'_B = L'\frac{dS'_B\,dS'_p}{p'^2}\cos^4\omega' = d^2\Phi'_B\cos^4\omega'$$

Světelnost Ψ

$$\Psi = \frac{E'}{L}$$

- určena podílem osvětlení E' obrazu a jasu L předmětu

osvětlení v obrazové rovině

$$E'_B = K_\omega E'_A\cos^4\omega' = K_\omega\frac{\pi L}{4n^2}\left(\frac{T}{c^2}\right)\cos^4\omega'$$

osvětlení v obrazové rovině lze ovlivňovat propustností T, koeficientem vignetace K_ω a clonovým číslem c

Geometrická optika

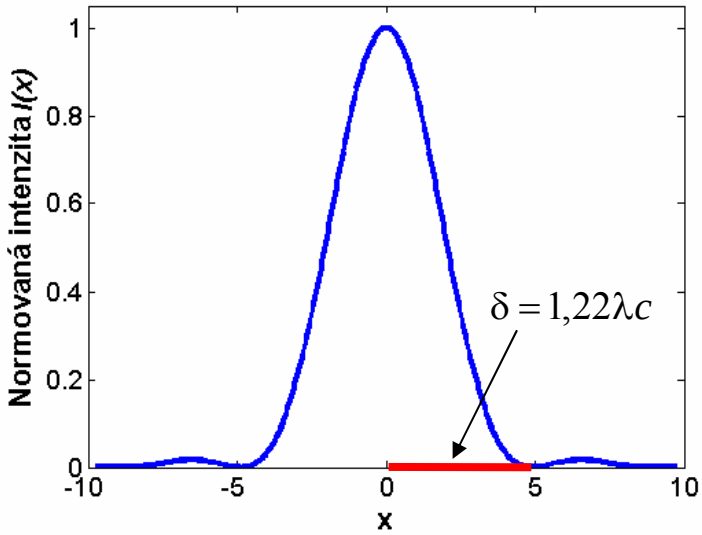
Osvětlení v rovině obrazu – bodový zdroj

- **bodový zdroj** je v praxi ten, který se jeví pod úhlem menší než 1´ (menší než rozlišovací schopnost oka)

osvětlení v obrazu bodového zdroje

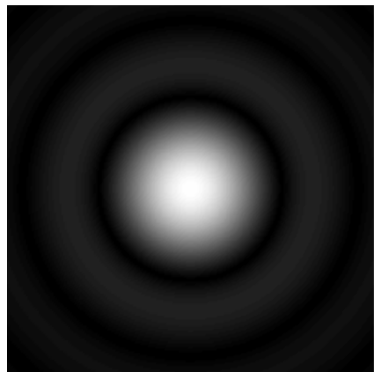
- fyzikálně dokonalá optická soustava
- vzhledem k difrakci světla nebude obrazem bodu bod, ale ploška s nerovnoměrným rozdělením intenzity

$$I_n = \left[\frac{2J_1(\tau)}{\tau}\right]^2 \qquad \tau = \frac{\pi r}{\lambda c} = \frac{\pi\sqrt{x^2+y^2}}{\lambda c}$$



Airyho disk δ $\delta = 1{,}22\lambda c$

- poloměr difrakčního obrazce

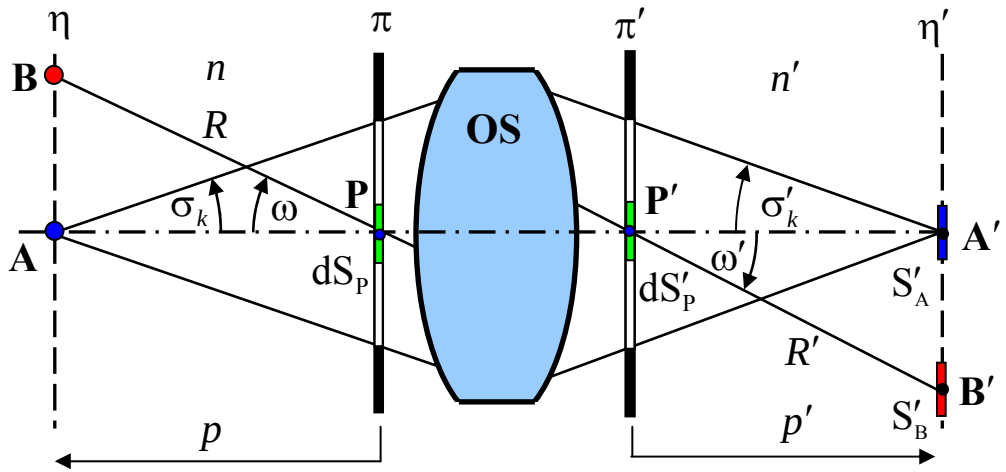


Geometrická optika

osvětlení od osového bodu

$$d\Omega = \frac{dS_p}{p^2 \cos\sigma} = \sin\sigma\, d\varphi\, d\sigma$$

$$d\Phi_A = I_\alpha d\Omega = I_\alpha \sin\sigma\, d\varphi\, d\sigma$$



$$\Phi_A = I_\alpha \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\sigma_k} \sin\sigma\, d\sigma = 2\pi I_\alpha (1 - \cos\sigma_k)$$

$$\sigma_k \to 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_k \approx \sin\sigma_k \approx \operatorname{tg}\sigma_k = \frac{D}{2p}$$

$$\sigma_k \to 0 \quad \Rightarrow \quad \cos\sigma_k \approx 1 - \frac{\sigma_k^2}{2} = 1 - \frac{D^2}{8p^2}$$

$$S'_A = \pi(1{,}22\lambda f'/D)^2$$

$$E'_A = \frac{\Phi'_A}{S'_A} = \frac{T\Phi_A}{S'_A} = \frac{2TI_\alpha(1-\cos\sigma_k)}{(1{,}22\lambda f'/D)^2} \approx \frac{I_\alpha T D^4}{(2{,}44\lambda p f')^2}$$

$$\Phi_A \doteq I_\alpha \frac{\pi D^2}{4p^2}$$

$$L' = \frac{\Phi'_A}{S'_A \Omega'}$$

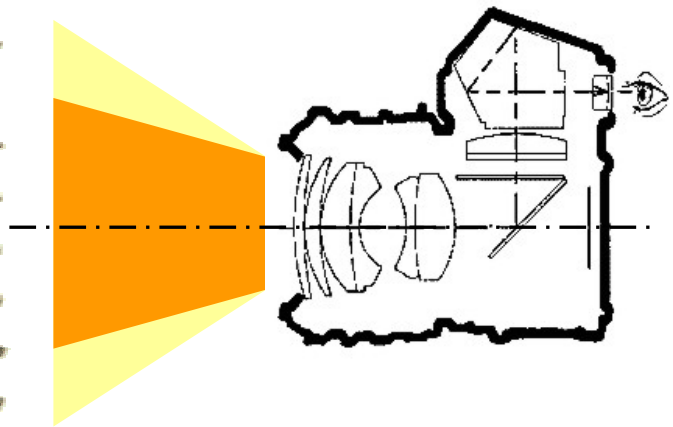
Geometrická optika

- **Příklad: (klesání osvětlení na fotografii)**

c	1	1,4	2	2,8	4	5,6	8	11	16	22
E_{0A}/E_A	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512

$2\omega_k$	0º	20º	40º	60º	80º	100º	120º
E/E_A	1	0,94	0,78	0,56	0,34	0.17	0.03

$$\operatorname{tg}\omega_k = \frac{y'_k}{f'}$$



Osvětlení obrazu

$$E' = \frac{\pi L}{4}\left(\frac{T}{c^2}\right)\cos^4\omega'$$