

Elektrostatické pole

elektrický vodič

- ⊕ volné elektrony ve vodiči se za normálního stavu pohybují chaotickým tepelným pohybem
- ⊕ vodič se jeví jako **elektricky neutrální**
- ⊕ pod vlivem vnějšího elektrického pole se **volné elektrony mohou volně přemísťovat**

dielektrikum

- ⊕ látka, která **neobsahuje volné elektrony**
- ⊕ látka se jeví jako prakticky **elektricky nevodivá (izolant)**
- ⊕ elektricky nabitě částice látky se **nemohou pohybovat na velké vzdálenosti (pouze posunout)**
- ⊕ pod vlivem vnějšího elektrického pole se **vytvoří el.dipóly**

polovodič

- ⊕ krystalické látky s nebo bez určité příměsové látky, která zvyšuje jeho vodivost
- ⊕ za nízkých teplot podobné izolantu
- ⊕ náboje se přemísťují pomocí děrové resp. elektronové vodivosti

Elektrostatické pole

Elektrické pole ve vodičích

- ⊕ vnější elektrické pole způsobí pohyb volných nábojů dokud nenastane **rovnovážný statický stav** (intenzita vnějšího pole je uvnitř vodiče kompenzována rozložením volných nábojů na povrchu vodiče)

- ⊕ elektrické pole uvnitř vodiče:

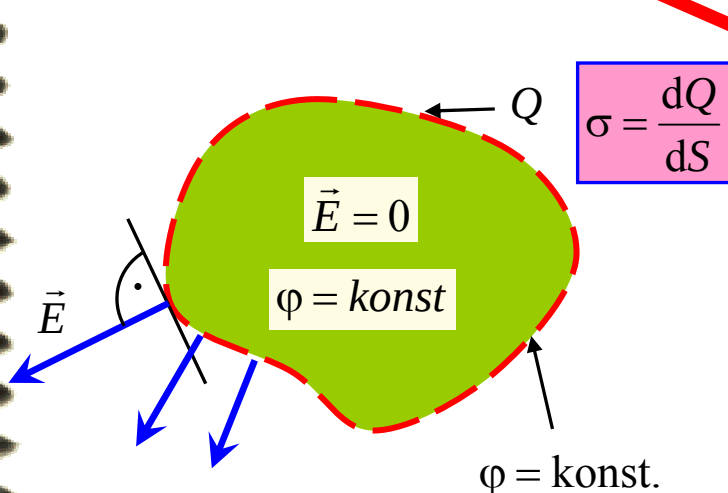
$$\vec{E} = \vec{E}_{in} + \vec{E}_{ext} = \vec{0}$$



$$\varphi = \text{konst.}$$

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{\sum Q_{in}}{\epsilon_0} = 0$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dQ}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma dS}{r}$$



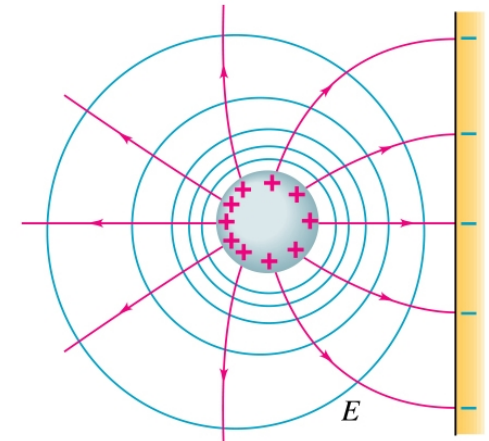
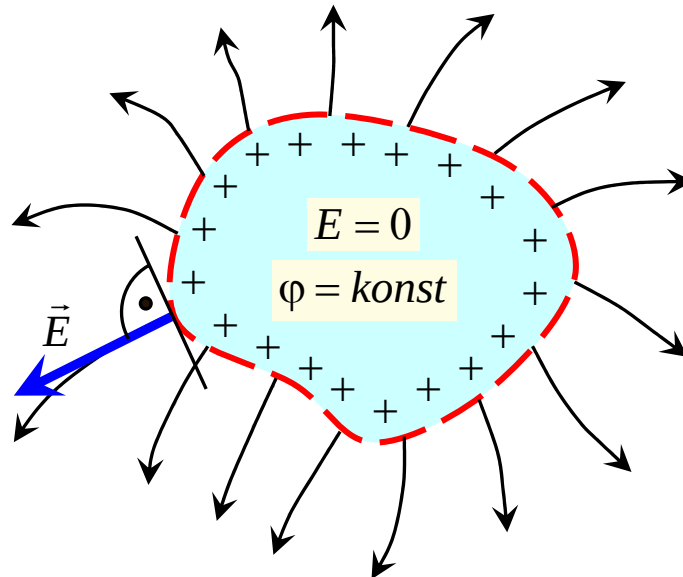
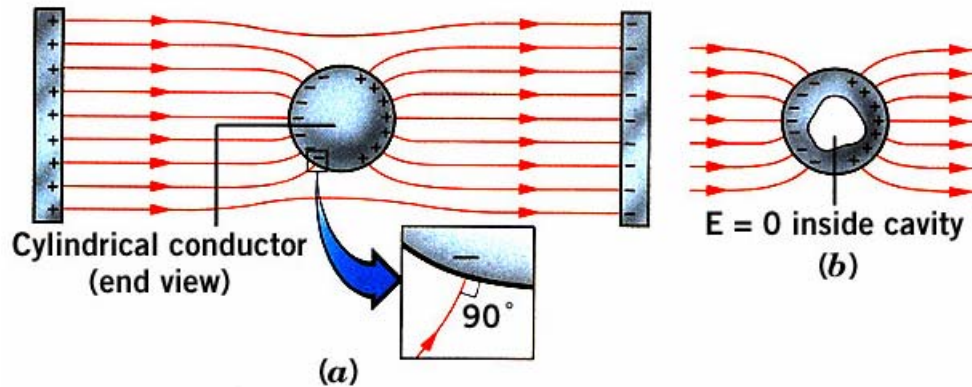
- ⊕ **volný náboj, jímž je vodič nabit, je rozložen na vnějším povrchu vodiče**

- ⊕ **povrch vodiče je v elektrostatickém poli ekvipotenciální plochou**

- ⊕ **směr intenzity vnějšího elektrického pole, které nabitý vodič budí, je kolmý k povrchu vodiče**

Elektrostatické pole

Elektrické pole ve vodičích



pole nabitého vodiče

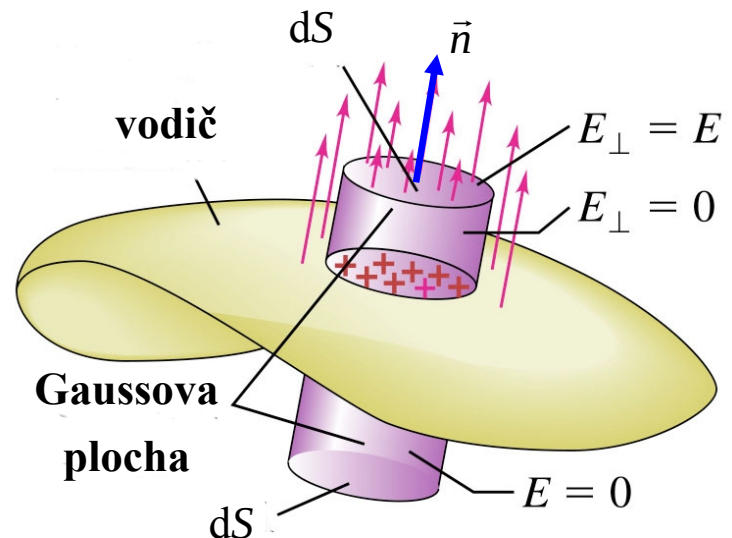
Elektrostatické pole

- ⊕ **Příklad:** (výpočet intenzity na povrchu vodiče nabitého nábojem, který je na povrchu vodiče rozprostřen s plošnou hustotou σ)

$$dN = \vec{E} d\vec{S} = \vec{E} \vec{n} dS$$

$$dN = \frac{dQ}{\epsilon_0} = \frac{\sigma dS}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}$$



Elektrostatické pole

Nabitá rovina

$$\vec{E}' = -\vec{E}$$

$$\vec{n}' = -\vec{n}$$

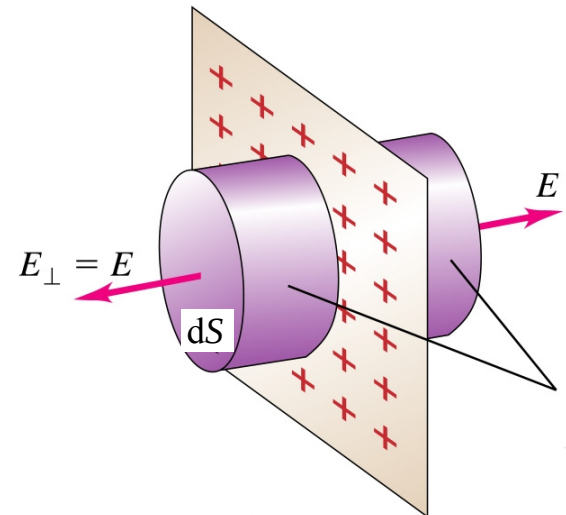
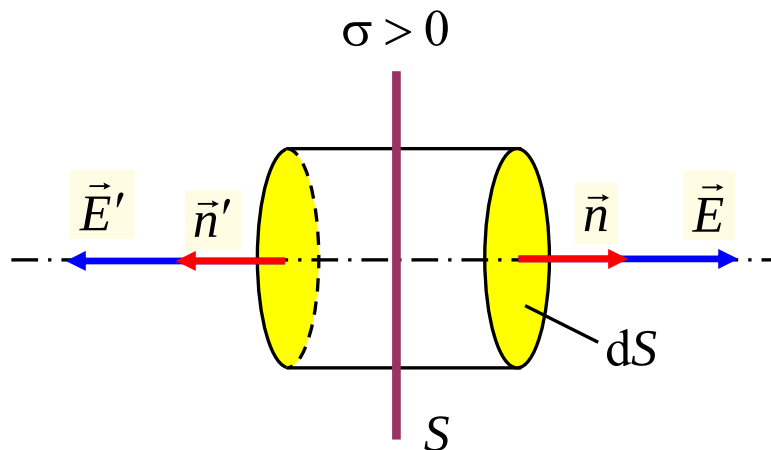
$$\oiint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{\sum Q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

$$\oiint_S \vec{E} d\vec{S} = ES + ES = 2ES$$



$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{n} \quad \vec{E}' = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{n}$$

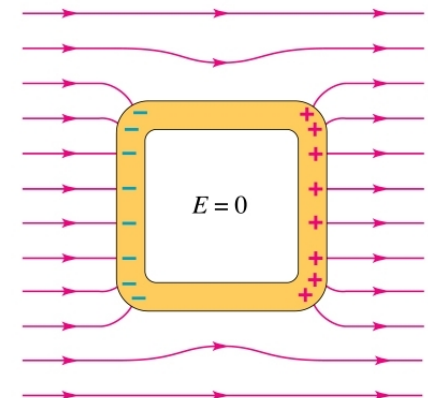
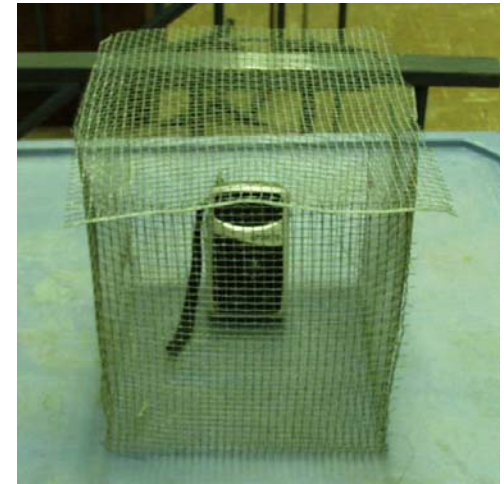
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



Elektrostatické pole

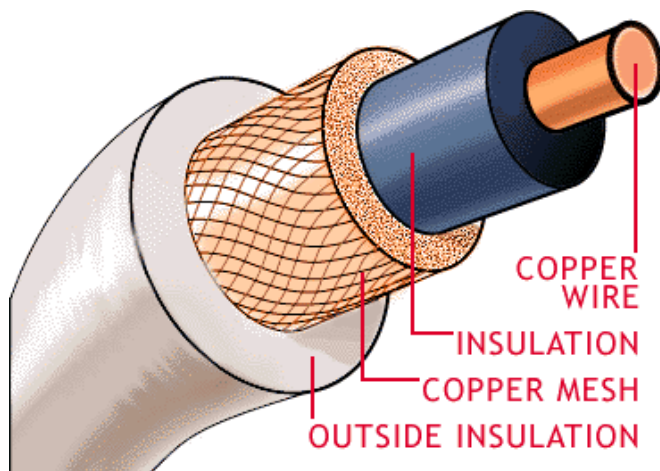
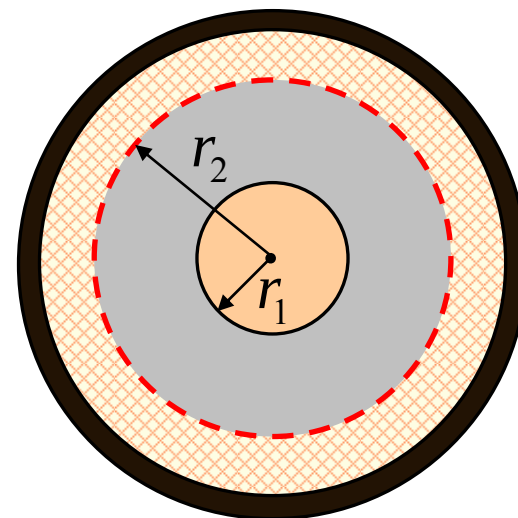
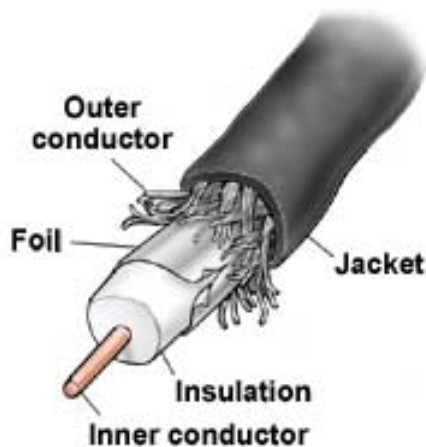
Odstínění vnějšího elmag. pole – Faradayova klec

- ✚ vnější elektrické pole lze odstínit pomocí vodivého uzavřeného obalu, např. drátěné klece
- ✚ do uzavřené dutiny poté neproniká elektrické pole



Elektrostatické pole

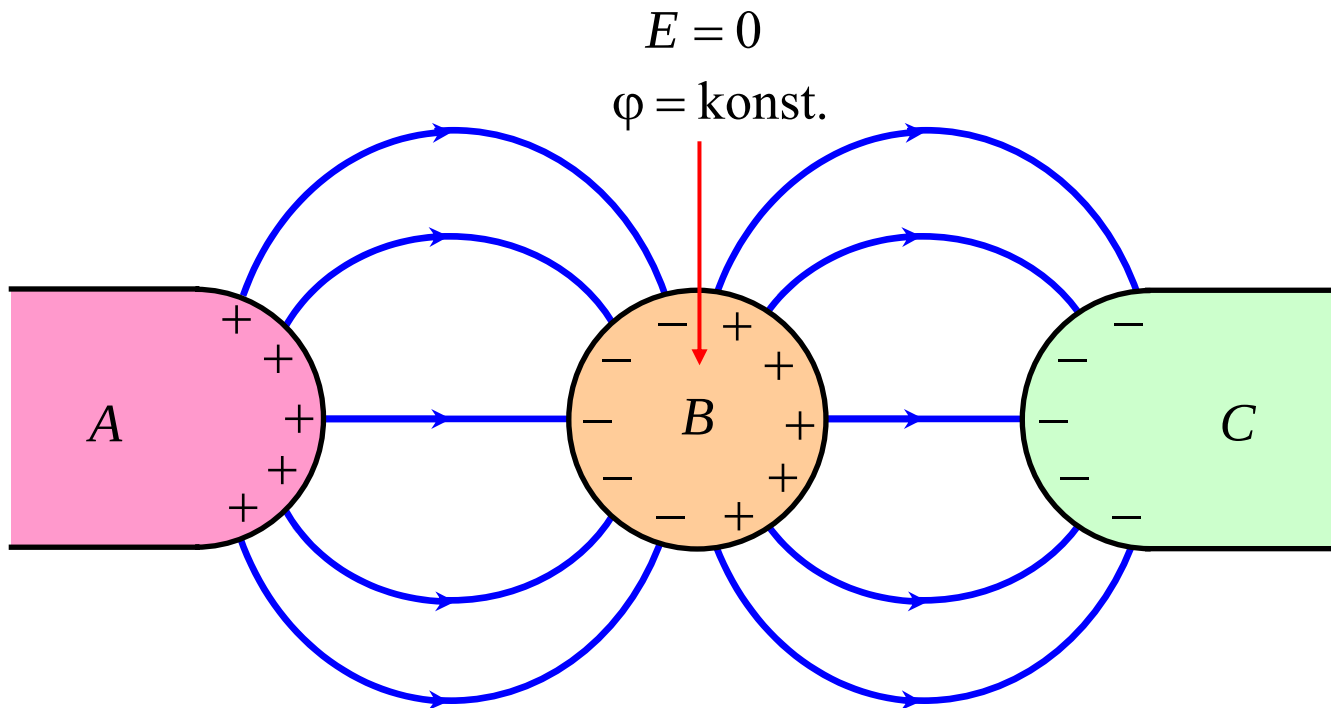
✚ **Příklad:** (odstínění vnějšího elmag. pole – koaxiální kabel)



Elektrostatické pole

Elektrostatická indukce

- ⊕ při vložení nenabitého (neutrálního) vodiče do elektrostatického pole jiných vodičů se objeví **povrchové rozložení náboje**



Elektrostatické pole

Kapacita vodiče

$$C = \frac{Q}{\varphi} \quad [\text{F}]$$

⊕ **kapacita vodiče** závisí na jeho tvaru a je číselně rovna náboji Q , který změní potenciál vodiče o 1 V

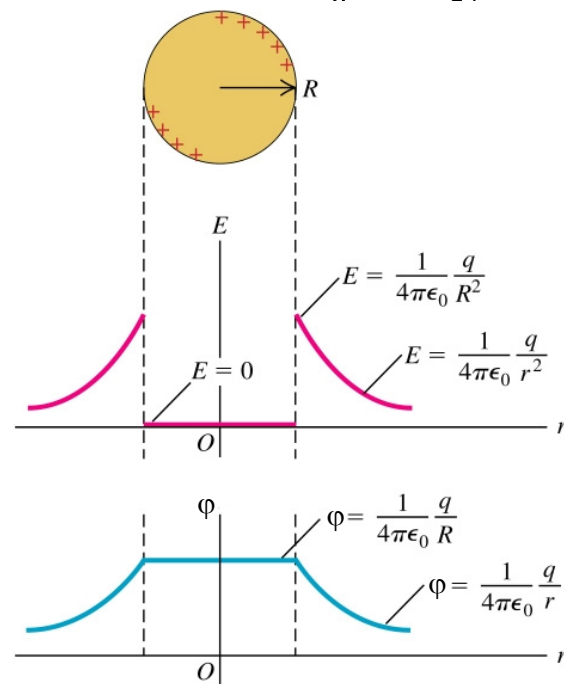
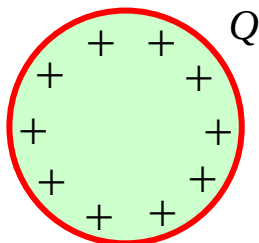
Příklad: (kapacita vodivé koule o poloměru R nabité nábojem Q)

potenciál koule:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$$

kapacita koule:

$$C = \frac{Q}{\varphi} = 4\pi\epsilon_0 R$$



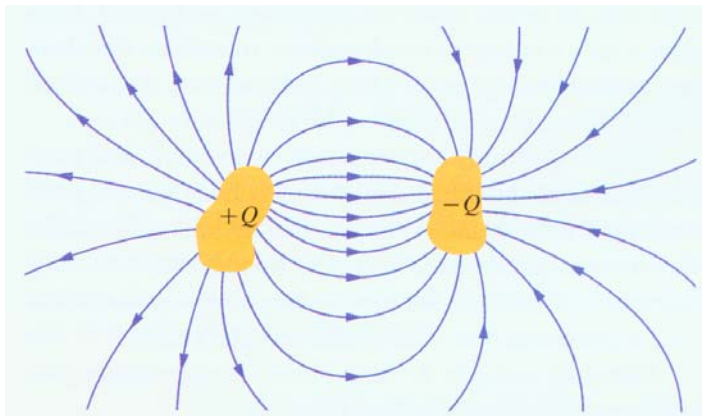
Elektrostatické pole

Kondenzátor

$$C = \frac{Q}{U} > 0$$

$$U = \varphi_1 - \varphi_2$$

- ⊕ **kondenzátor** je soustava dvou opačně nabitých vodičů se stejnou absolutní hodnotou náboje, kdy je elektrické pole soustředěno do prostoru mezi nimi a kdy je vliv jiných elektrických polí zanedbatelný



(C) John D. Jenkins

Leyden Jars



12" ~1884



Gold Leaf, late 18th century



Lane's Discharging Electrometer, 1890



Spark Gap Transmitter, 1910



1875 Gold-Leaf Electroscope

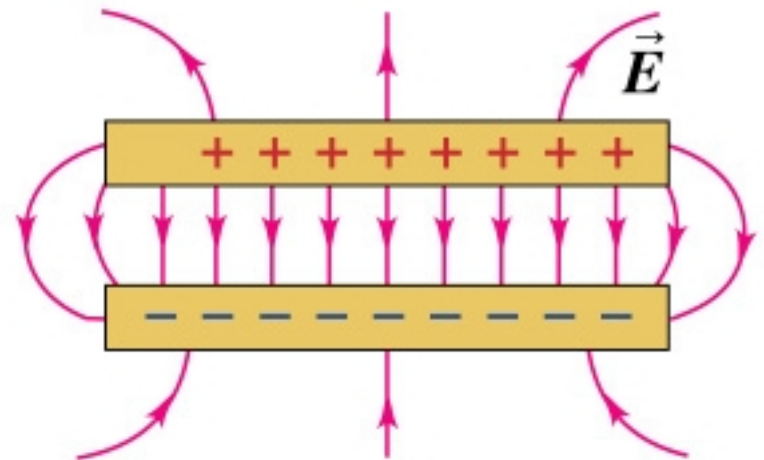
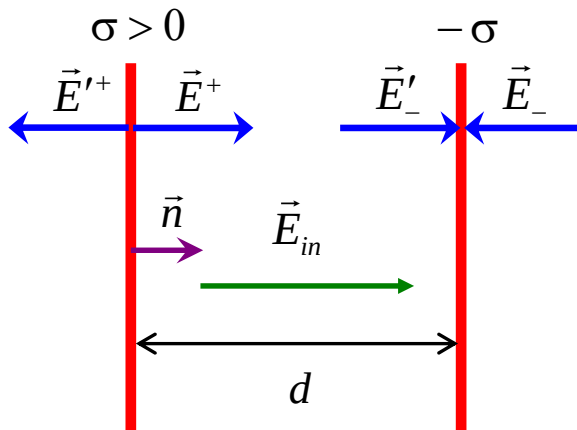
Elektrostatické pole

Deskový kondenzátor

⊕ pole mezi deskami: $\vec{E}_{in} = \vec{E}_+ + \vec{E}'_- = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{n} + \left(-\frac{-\sigma}{2\epsilon_0} \vec{n} \right) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}$

⊕ napětí mezi deskami: $U = \int_0^d \vec{E}_{in} d\vec{r} = \vec{E}_{in} d = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d = \frac{Q}{\epsilon_0 S} d$

⊕ kapacita kondenzátoru: $C = \frac{Q}{U} = \epsilon_0 \frac{S}{d}$



Elektrostatické pole

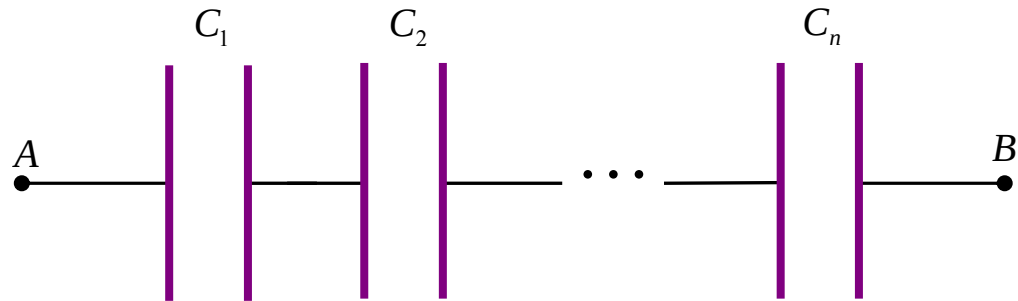
**sériové zapojení
kondenzátorů**

$$U = \sum_{i=1}^n U_i$$

$$U_i = \frac{Q}{C_i}$$



$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$



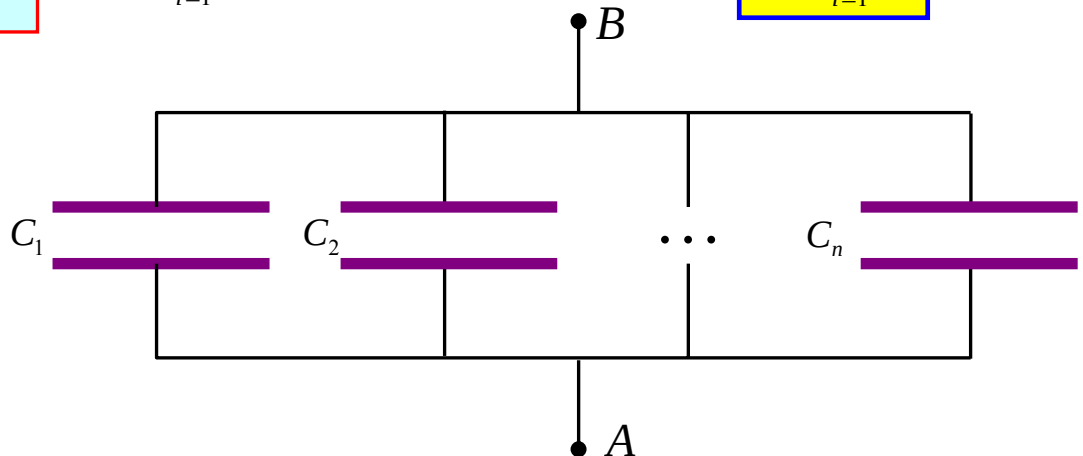
**paralelní zapojení
kondenzátorů**

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i$$

$$Q_i = C_i U$$



$$C = \sum_{i=1}^n C_i$$



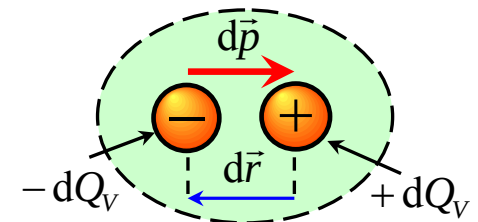
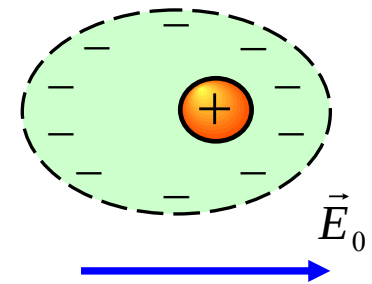
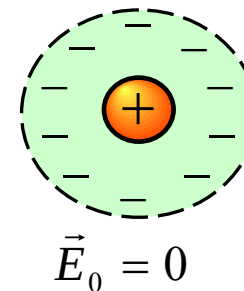
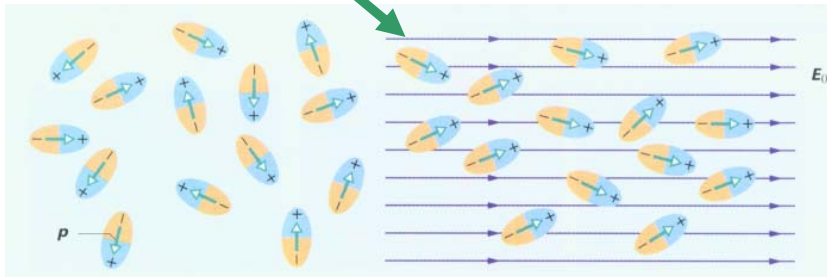
Elektrostatické pole

Elektrostatické pole v dielektriku

- ⊕ uvnitř dielektrika může existovat elektrické pole
- ⊕ dielektrikum **neobsahuje volně pohyblivé nabitě částice** (náboje jsou vázány v atomech, iontech, molekulách)
- ⊕ při vložení dielektrika do vnějšího elektrického pole se **vytvoří elektrické dipóly** – dielektrikum se tzv. **polarizuje**

polarizace dielektrika

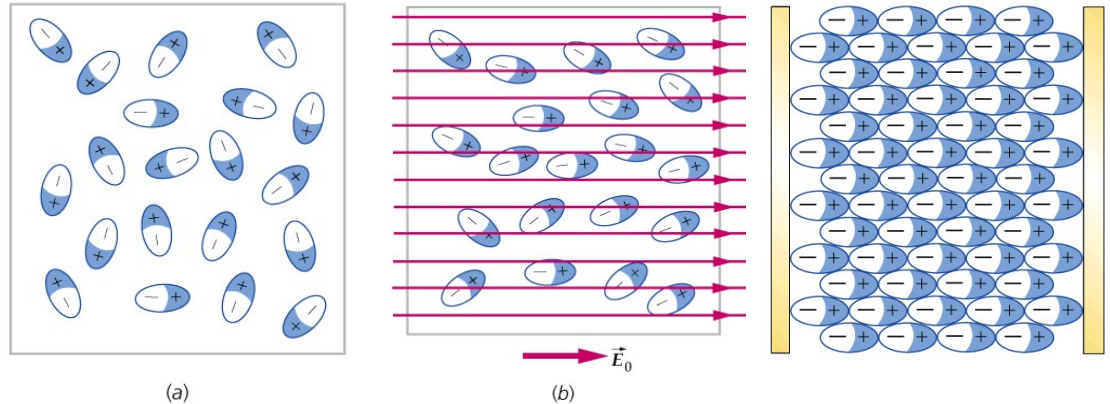
- ⊕ atomová →
- ⊕ iontová
- ⊕ orientační



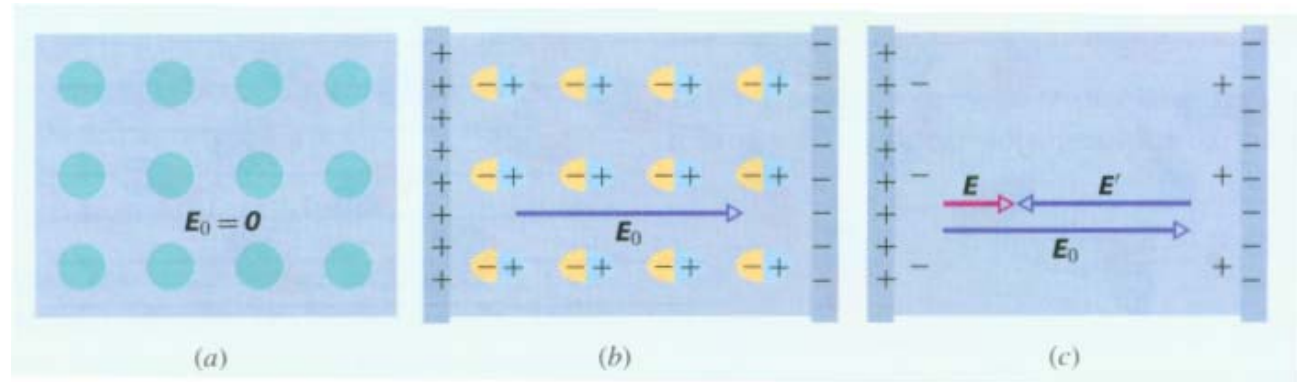
Elektrostatické pole

polarizace dielektrika

vlivem vnějšího pole
dochází ke stáčení
el.dipólů látky ve
směru pole



$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$



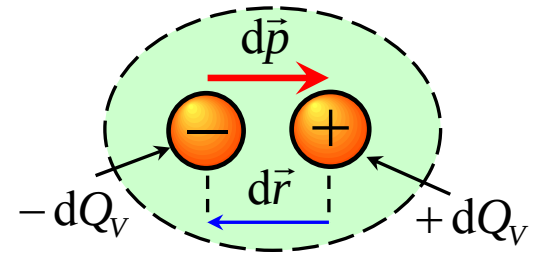
výsledné pole má stejný směr jako pole
vnější, ale je zeslabené $E < E_0$

Elektrostatické pole

vektor polarizace

$$\vec{P} = \frac{d\vec{p}}{dV}$$

- ⊕ polarizaci dielektrika lze charakterizovat pomocí vektoru polarizace



- ⊕ dipólový moment objemového elementu dV dielektrika

$$d\vec{p} = dQ_v d\vec{r}$$

$$\vec{P} = \frac{dQ_v d\vec{r}}{dS dr} = \sigma_v d\vec{r}^o, \quad |d\vec{r}^o| = 1$$

dQ_v - vázaný náboj

$$\vec{P} dS = dQ_v d\vec{r}^o \quad \longrightarrow \quad \vec{P} d\vec{S} = dQ_v$$

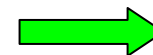
velikost polarizace P je rovna plošné hustotě vázaného náboje na povrchu dielektrika

- ⊕ tok náboje z objemu V plochou S :

$$Q' = \oint_S \vec{P} d\vec{S} = \int_V \text{div } \vec{P} dV$$

- ⊕ v důsledku vnějšího pole vznikne v dielektriku vázaný náboj Q_v :

$$Q_v = -Q' = -\int_V \text{div } \vec{P} dV \quad Q_v = \int_V \rho_v dV$$



$$\rho_v = -\text{div } \vec{P}$$

Elektrostatické pole

Gaussova věta

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho_c}{\varepsilon_o} = \frac{(\rho + \rho_v)}{\varepsilon_o} = \frac{1}{\varepsilon_o} (\rho - \operatorname{div} \vec{P})$$



$$\operatorname{div} (\varepsilon_o \vec{E} + \vec{P}) = \operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

3. Maxwellova rovnice

vektor elektrické indukce

$$\vec{D} = \varepsilon_o \vec{E} + \vec{P}$$

Gaussova věta v dielektriku

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum Q_i$$

⊕ předpoklad lineární závislosti polarizace na elektrickém poli

$$\vec{P} = \varepsilon_o \kappa \vec{E}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_o (1 + \kappa) \vec{E} = \varepsilon_o \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$$

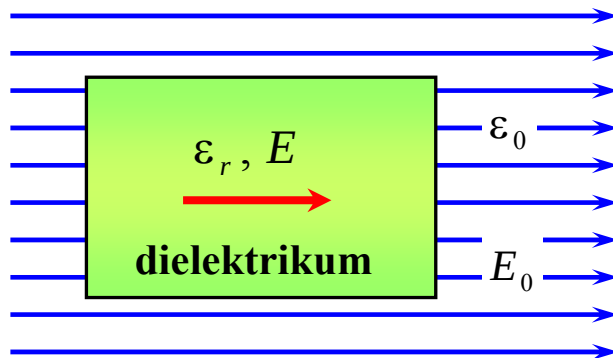
κ ...dielektrická susceptibilita
 ε_r ...relativní permitivita

Elektrostatické pole

Dielektrikum ve vnějším elektrickém poli

- ⊕ vložíme-li dielektrikum do elektrického pole, dojde k zeslabení el.pole, avšak elektrická indukce D zůstane stejná

$$D_o = D \quad \longrightarrow \quad \epsilon_o E_o = \epsilon_o \epsilon_r E \quad \longrightarrow \quad E = \frac{E_o}{\epsilon_r}$$



$\epsilon = \epsilon_o \epsilon_r$...absolutní permitivita

všechny vztahy platné pro pole ve vakuu platí i pro dielektrika, jestliže nahradíme permitivitu vakua absolutní permitivitou prostředí

Coulombův zákon v dielektriku

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o\epsilon_r} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \vec{r}^o$$

Elektrostatické pole

Relativní permitivita prostředí

Table 24.1 Values of Dielectric Constant K at 20°C

Material	K	Material	K
Vacuum	1	Polyvinyl chloride	3.18
Air (1 atm)	1.00059	Plexiglas	3.40
Air (100 atm)	1.0548	Glass	5–10
Teflon	2.1	Neoprene	6.70
Polyethylene	2.25	Germanium	16
Benzene	2.28	Glycerin	42.5
Mica	3–6	Water	80.4
Mylar	3.1	Strontium titanate	310

Copyright © 2004 Pearson Education, Inc., publishing as Addison Wesley.

Elektrostatické pole

Energie elektrického pole

$$A = Q_2 \varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}} = W$$

práce potřebná k převedení náboje Q_2 z nekonečna do dané polohy při pevném náboji Q_1

$$W = \frac{1}{2} (Q_1 \varphi_1 + Q_2 \varphi_2)$$

⊕ Energie W pole n -nábojů

$$\varphi_i = \frac{1}{4\pi\epsilon} \sum_{k=1}^n \frac{Q_k}{r_{ik}} \quad (i \neq k)$$



$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Q_i \varphi_i = \frac{1}{8\pi\epsilon} \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ i \neq k}}^n \frac{Q_i Q_k}{r_{ik}}$$

⊕ Energie W pole *spojitě rozložených* nábojů v objemu V a na ploše S

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V \rho \varphi dV + \frac{1}{2} \iint_S \sigma \varphi dS$$

Elektrostatické pole

Síla působící na náboj

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi = -\text{grad } (W_p / Q)$$

⊕ síla, kterou působí elektrické pole o intenzitě E na náboj Q

$$\vec{F} = Q\vec{E} = -\text{grad } W_p$$

⊕ Příklad: (Energie nabitého deskového kondenzátoru)

energie W

$$W = \frac{1}{2}(Q_1\varphi_1 + Q_2\varphi_2) = \frac{1}{2}Q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{2}QU$$



$$C = \frac{Q}{U} = \varepsilon \frac{S}{d}$$

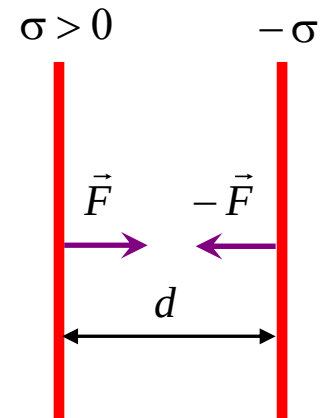


$$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2 d}{2\varepsilon S}$$



síla F

$$\vec{F} = -\text{grad } W = -\frac{\partial W}{\partial d} = -\frac{Q^2}{2\varepsilon S} = -\frac{Q^2}{2dC} = -\frac{U^2 C}{2d}$$



Elektrostatické pole

⊕ **Příklad:** (kapacita a el.pole deskového kondenzátoru s dielektrikem)

$$D = \frac{Q}{S} = D_1 = D_2 \quad \longrightarrow \quad D = \epsilon_0 \epsilon_r E = \epsilon_0 \epsilon_{r1} E_1 = \epsilon_0 \epsilon_{r2} E_2$$

$$U = U_1 + U_2 = E_1 d_1 + E_2 d_2 = \frac{D}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}} \left(d_1 + \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} d_2 \right)$$

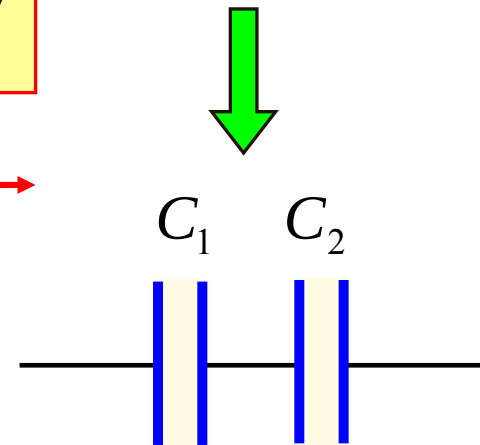
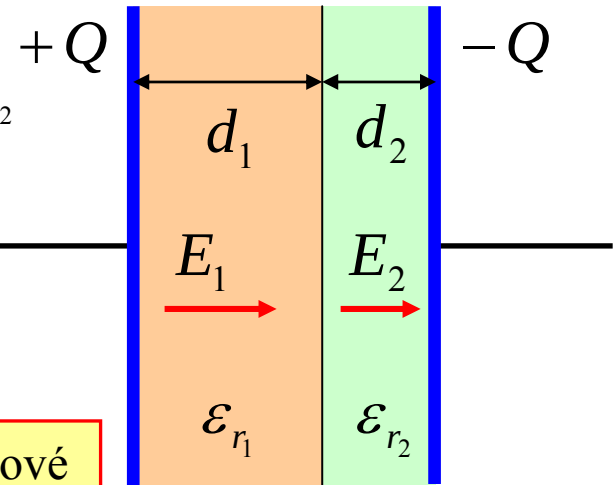
$$C = \frac{S \cdot D}{U} = \frac{S}{\frac{d_1}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}} + \frac{d_2}{\epsilon_0 \epsilon_{r2}}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

jako 2 deskové
kondenzátory v
sérii

elektrické pole

$$E_1 = \frac{\epsilon_{r2} U}{\epsilon_{r1} d_2 + \epsilon_{r2} d_1}$$

$$E_2 = \frac{\epsilon_{r1} U}{\epsilon_{r1} d_2 + \epsilon_{r2} d_1}$$



Elektrostatické pole

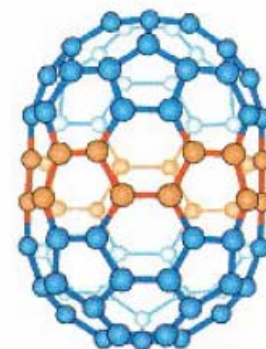
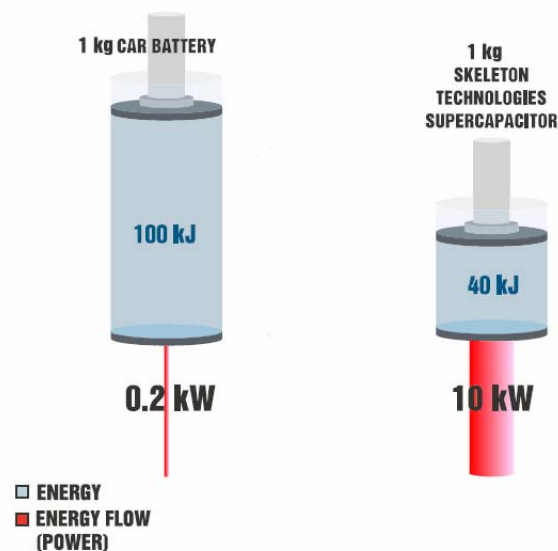
- ⊕ **Příklad:** (kondenzátory s vysokou kapacitou – **superkapacitory**)
- ⊕ zatímco běžné kondenzátory (např. deskový kondenzátor) má kapacitu v řádu zlomků faradu, superkapacitory mají kapacitu o několik řádů vyšší (v řádu jednotek faradů)
- ⊕ to umožňuje uchovávat milionkrát větší množství náboje
- ⊕ používá se speciálních uhlíkových elektrod s pórovitou nanostrukturou (povrchová plocha až 1000 m²/g) a vodivého elektrolytu



dají se použít s výhodou pro:

- záložní zdroje energie
- zdroje energie v hybridních ekologických vozidlech
- startování vozidel,...

$$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{Q^2}{2C}$$



Elektrostatické pole

⊕ **Příklad:** (přenosný defibrilátor)

$$C = 100 \mu\text{F}$$

$$U = 4000 \text{ V}$$

$$\Delta t = 2 \text{ ms}$$

$$\alpha = 0,25$$



akumulovaná energie

$$W = \frac{1}{2} CU^2 = 800 \text{ J}$$

výkon pulzu

$$P = \frac{W'}{\Delta t} = \alpha \frac{1}{2} \frac{CU^2}{\Delta t} = 100 \text{ kW}$$

kondenzátor se rychle nabije na vysoké napětí a poté se během velmi krátkého pulsu část energie vybije přes tělo pacienta