

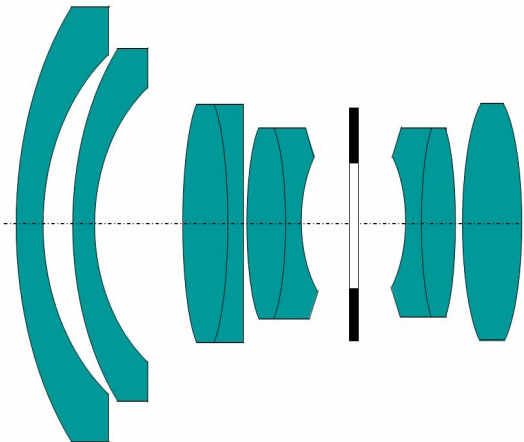
# Geometrická optika

## Aberace (vady) optických soustav

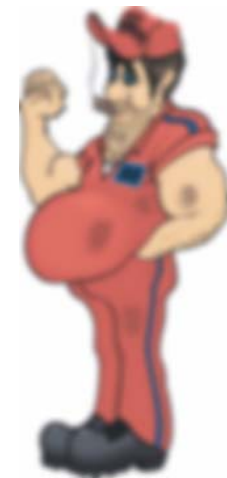
- ⊕ aberace (vady) optických soustav jsou odchylky zobrazení reálné optické soustavy od zobrazení ideální optické soustavy
- ⊕ v důsledku aberací není obrazem bodu bod, ale „ploška“ s nerovnoměrným rozdělením intenzity, což má za následek **zhoršení kvality obrazu** (rozostření obrazu, snížení kontrastu, geometrická deformace obrazu, změna barvy,...)



předmět



reálná optická soustava



obraz

# Geometrická optika

## Příčiny vzniku aberací

### fyzikální

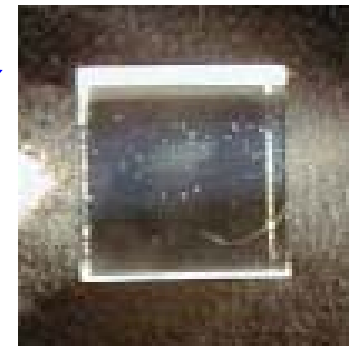
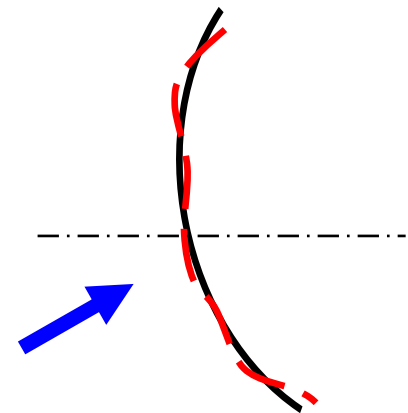
- ⊕ lom a odraz paprsků na plochách optické soustavy,
- ⊕ neplatnost paraxiálních zobrazovacích rovnic,
- ⊕ difrakce světla na prvcích optické soustavy,
- ⊕ disperze prostředí,...

### technologické

- ⊕ nedokonalost výroby prvků optických soustav (odchylny tvaru ploch, decentricita prvků, apod.)

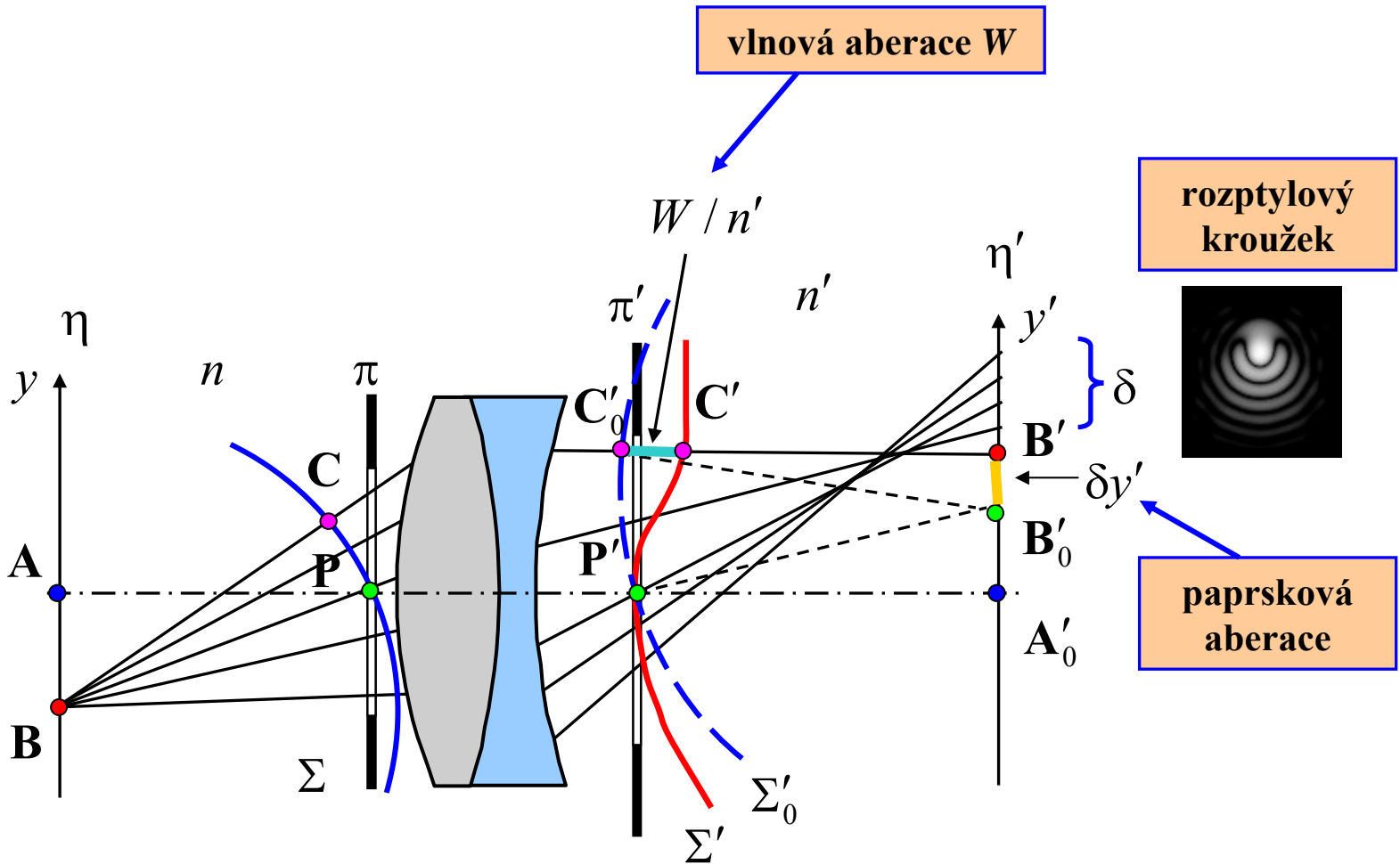
### materiálové

- ⊕ nedokonalost (vady) materiálů, ze kterých jsou optické prvky zhotoveny (nehomogenita materiálu, bubliny, šlíry, pnutí, apod.)



# Geometrická optika

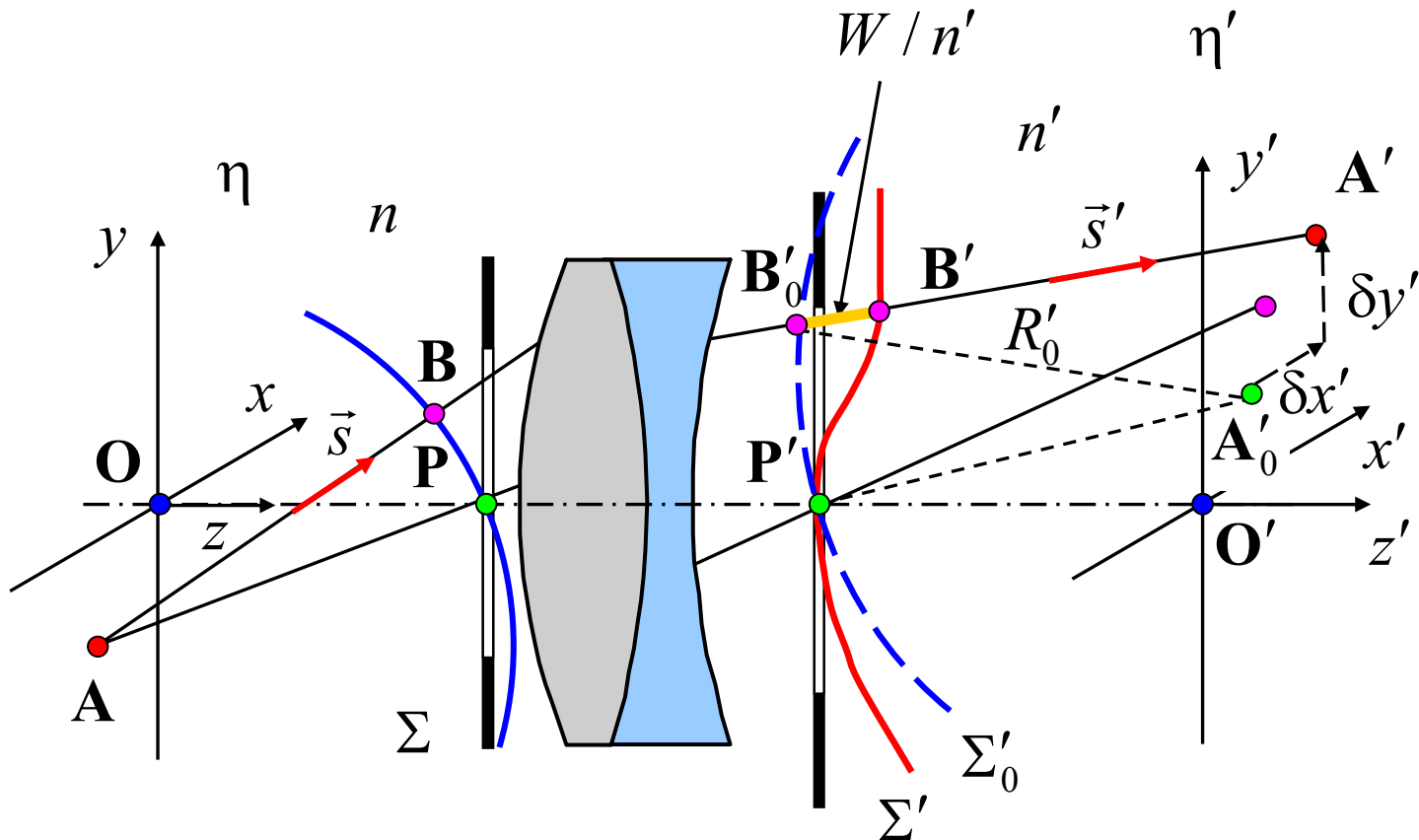
## Vlnová a paprsková aberace



# Geometrická optika

## Vlnová aberace $W$

- ⊕ optická dráha mezi body  $\mathbf{B}_0'$  a  $\mathbf{B}'$   $W = n'[B'B_0']$
- ⊕ vyjadřuje odchylky vlnoplochy  $\Sigma$  od kulové vlnoplochy  $\Sigma_0'$  (referenční sféry), která by odpovídala ideálnímu zobrazení



# Geometrická optika

## Paprskové aberace

- ⊕ odchylky  $\delta y'$  a  $\delta x'$  průsečíku sledovaného paprsku s obrazovou rovinou od bodu, který odpovídá ideálnímu zobrazení, nazýváme **paprskovými aberacemi**

$$\delta x' = 2c \frac{\partial W}{\partial x_p} \quad \delta y' = 2c \frac{\partial W}{\partial y_p}$$

## bodová charakteristika

- ⊕ definována jako rozdíl eikonálů  $E$  mezi bodem  $A$  v předmětovém prostoru a bodem  $A'$  v obrazovém prostoru
- ⊕ geometricky má význam optické dráhy podél daného paprsku z bodu  $A$  do bodu  $A'$

$$V(\vec{r}, \vec{r}') = E(\vec{r}') - E(\vec{r})$$

$$\text{grad } E(\vec{r}) = n\vec{s}$$

- ⊕ **vlnovou aberaci** lze poté vyjádřit jako

- ⊕ změna bodové charakteristiky:

$$W = V(\vec{r}_B, \vec{r}'_B) - V(\vec{r}_B, \vec{r}'_{B_0}) = V(\vec{r}_E, \vec{r}'_E) - V(\vec{r}_B, \vec{r}'_{B_0})$$

$$dV(\vec{r}, \vec{r}') = \text{grad } E(\vec{r}') \delta \vec{r}' - \text{grad } E(\vec{r}') \delta \vec{r} = n\vec{s}' \delta \vec{r}' - n\vec{s} \delta \vec{r}$$

# Geometrická optika

## Vliv změny polohy středu referenční sféry na vlnovou aberaci

změna vlnové aberace  $W$

rovnice referenční sféry  $\Sigma_0'$

$$\delta W = -dV(\vec{r}_B, \vec{r}_{B_0}') = -n' \vec{s}' \delta \vec{r}_{B_0}'$$

$$(\vec{r}_{B_0}' - \vec{r}_0') \cdot (\vec{r}_{B_0}' - \vec{r}_0') = R_0'^2$$

počátek souřadné soustavy v bodě  $P'$

$$(\vec{r}_0' - \vec{r}_{B_0}') \delta \vec{r}_{B_0}' = -\vec{r}_{B_0}' \delta \vec{r}_0'$$

$$\vec{s}' = \frac{(\vec{r}_0' - \vec{r}_{B_0}')}{R_0'}$$

$$\delta W = -\frac{n'}{R_0'} \vec{r}_{B_0}' \delta \vec{r}_0'$$

změna vlnové aberace  $W$   
v důsledku změny  
polohy středu referenční  
sféry

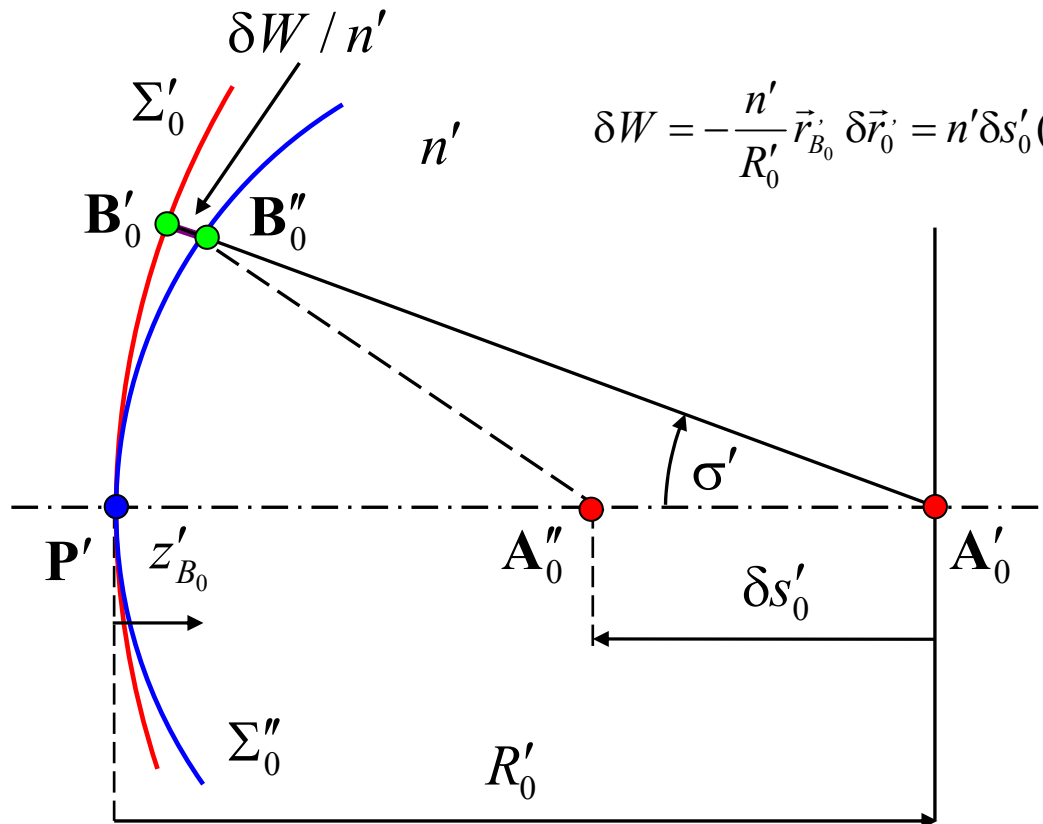
# Geometrická optika

## Podélná defokusace

- ⊕ **podélná defokusace** - změna polohy středu referenční sféry ve směru optické osy

$$\vec{r}'_{B_0} = (0, y'_{B_0}, z'_{B_0})$$

$$\delta\vec{r}'_0 = (0, 0, \delta s'_0)$$

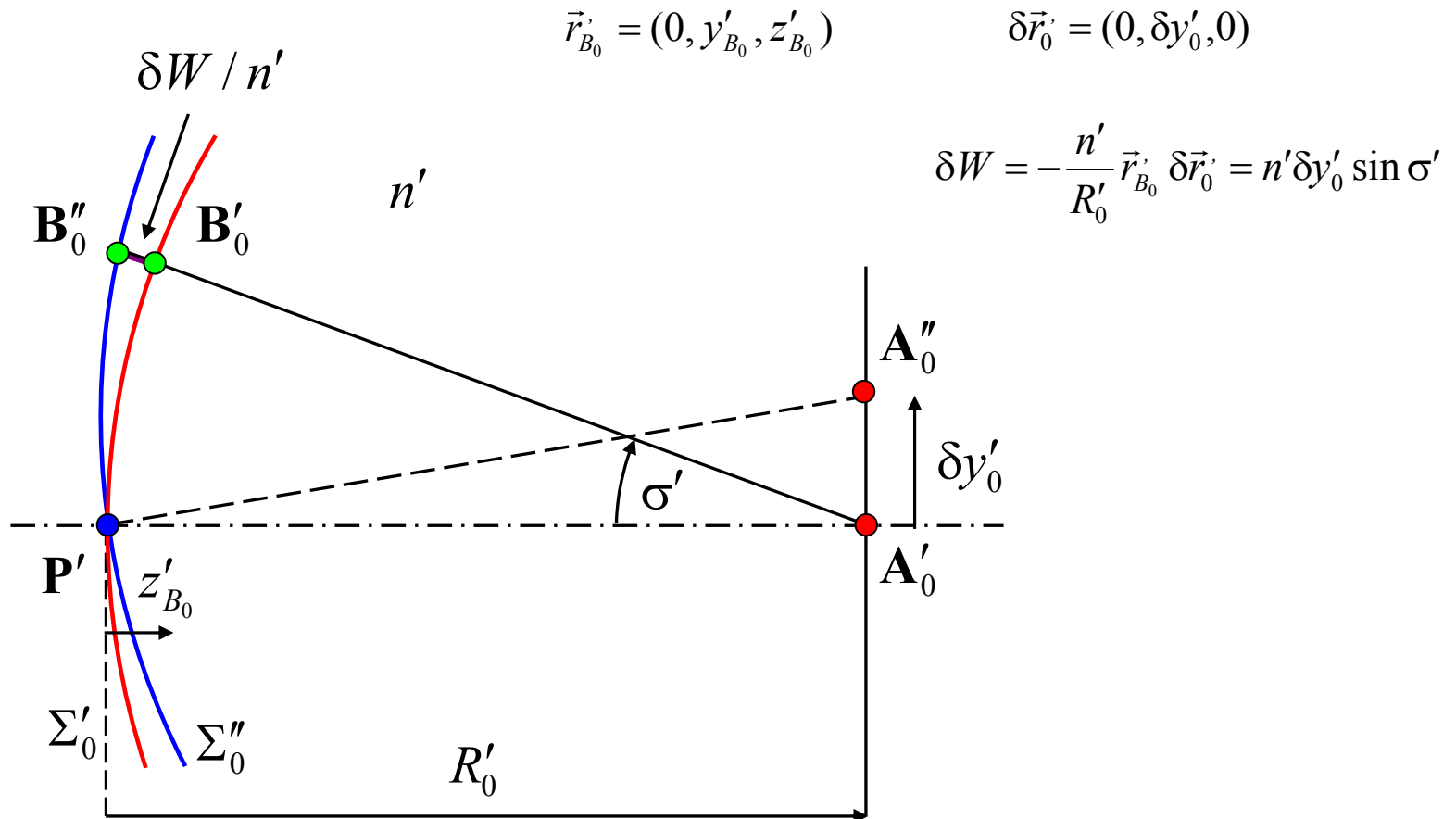


$$\Delta W = -\frac{n'}{R'_0} \vec{r}'_{B_0} \delta\vec{r}'_0 = n' \delta s'_0 (1 - \cos \sigma') = n' \delta s'_0 \frac{\sin^2 \sigma'}{1 + \cos \sigma'}$$

# Geometrická optika

## Příčná defokusace

- ⊕ **příčná defokusace** - změna polohy středu referenční sféry ve směru kolmém na optickou osu soustavy





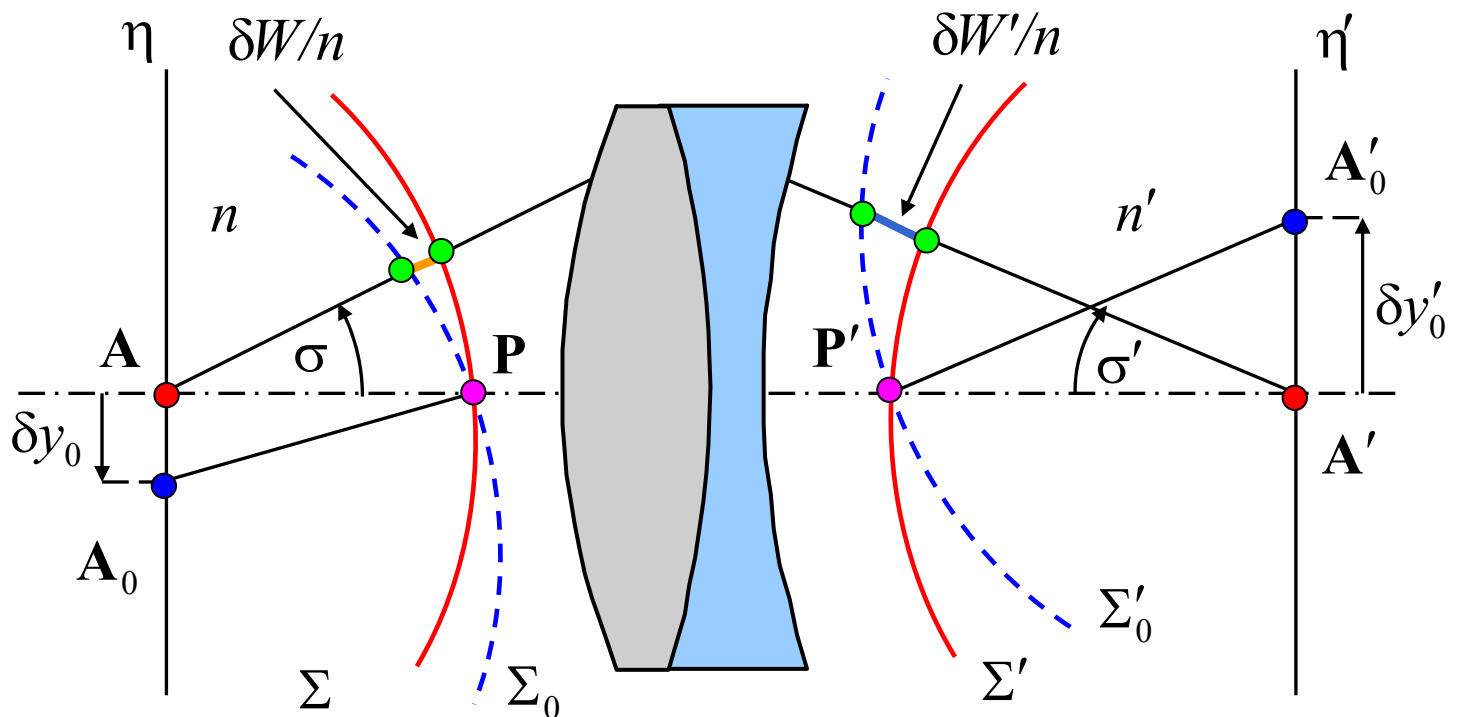
# Geometrická optika

## Abbeho sinová podmínka

- ⊕ podmínka, která musí být splněna, aby se dvojice blízkých bodů, ležících v rovině kolmé k optické ose systému, zobrazila ostře tj. bod jako bod

$$\delta W = \delta W' \quad \longrightarrow \quad n \delta y_0 \sin \sigma = n' \delta y'_0 \sin \sigma' \quad \longrightarrow$$

$$m = \frac{\delta y'_0}{\delta y_0} = \frac{n \sin \sigma}{n' \sin \sigma'}$$



# Geometrická optika

## Herschelova podmínka

- ⊕ podmínka, která musí být splněna, aby se dvojice blízkých bodů, ležících na optické ose systému, zobrazila ostře tj. bod jako bod

$$\delta W = \delta W'$$

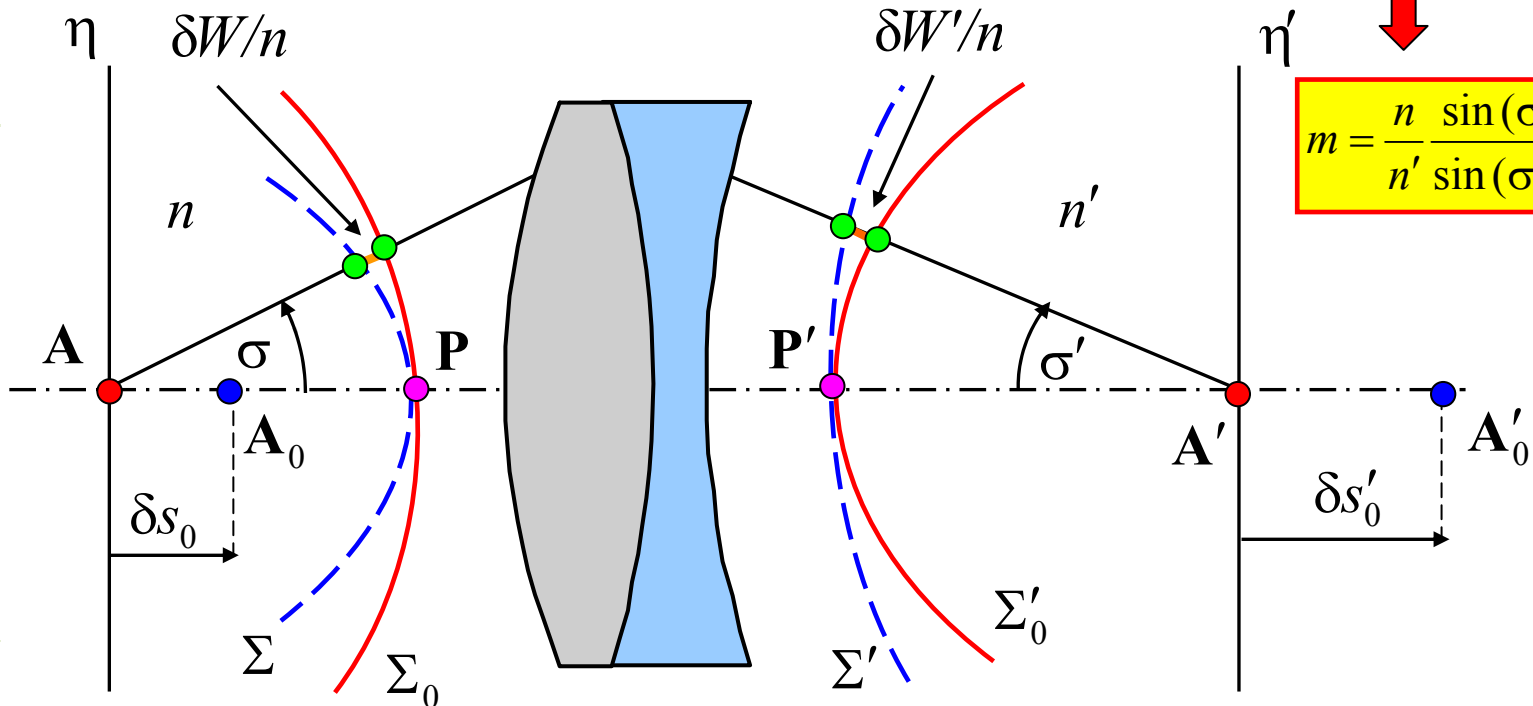
$$n \delta s_0 (1 - \cos \sigma) = n' \delta s'_0 (1 - \cos \sigma')$$



$$\alpha = \frac{\delta s'_0}{\delta s_0} = \frac{n'}{n} m^2 = \frac{n \sin^2(\sigma/2)}{n' \sin^2(\sigma'/2)}$$



$$m = \frac{n \sin(\sigma/2)}{n' \sin(\sigma'/2)}$$



# Geometrická optika

## Základní aberace optických soustav

- aberace obecně zhoršují kvalitu obrazu
- projevují se geometrickou deformací obrazu a jeho neostroší

### aberace monochromatické

- při zobrazení monochromatickým zářením

### aberace chromatické

- při zobrazení polychromatickým zářením

### aberace širokých svazků

- sférická aberace (otvorová vada)
- koma
- sférochromatická aberace

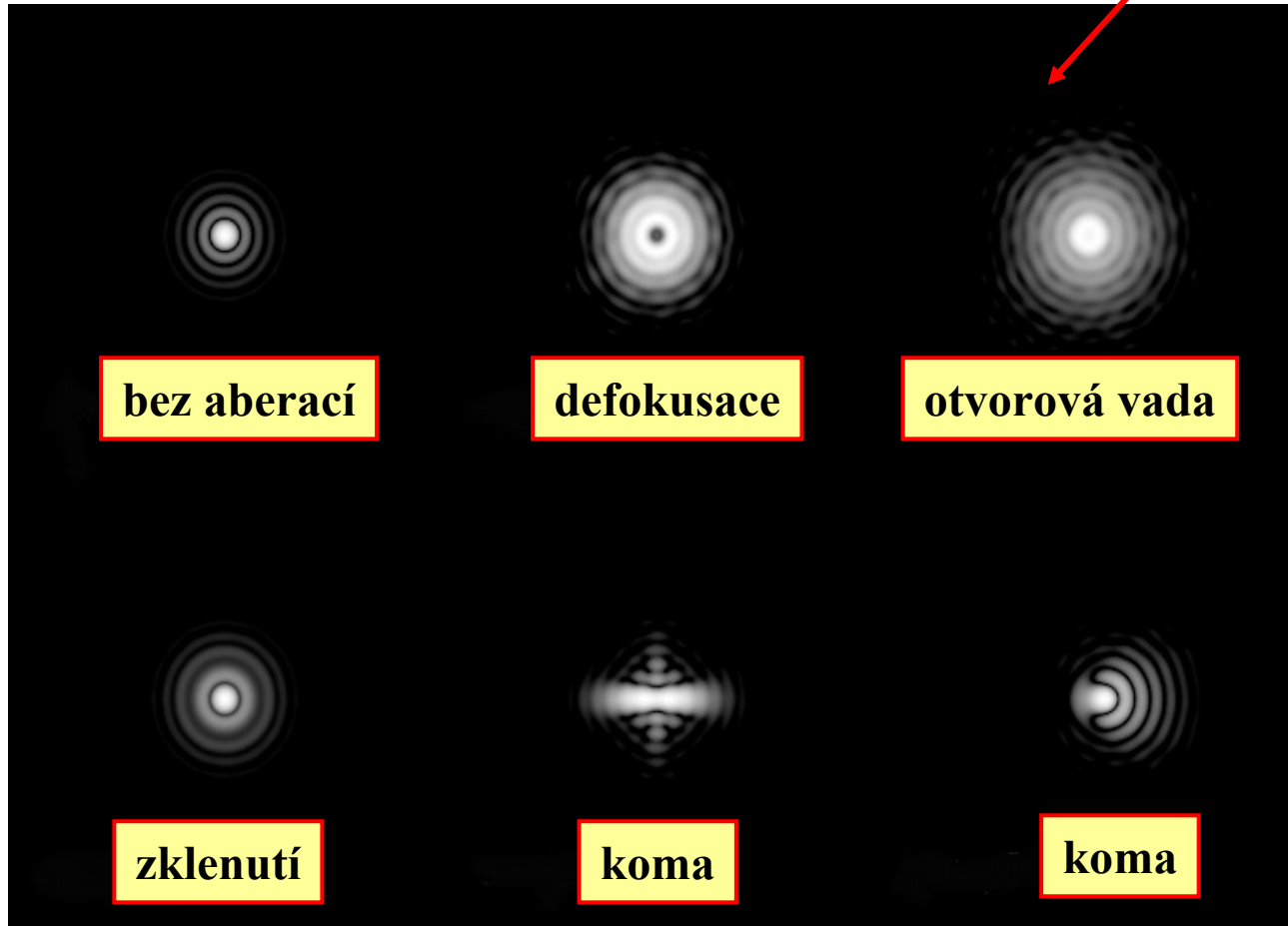
### aberace úzkých svazků

- zklenutí pole – astigmatismus
- zkreslení
- chromatická vada polohy

# Geometrická optika

Základní aberace optických soustav

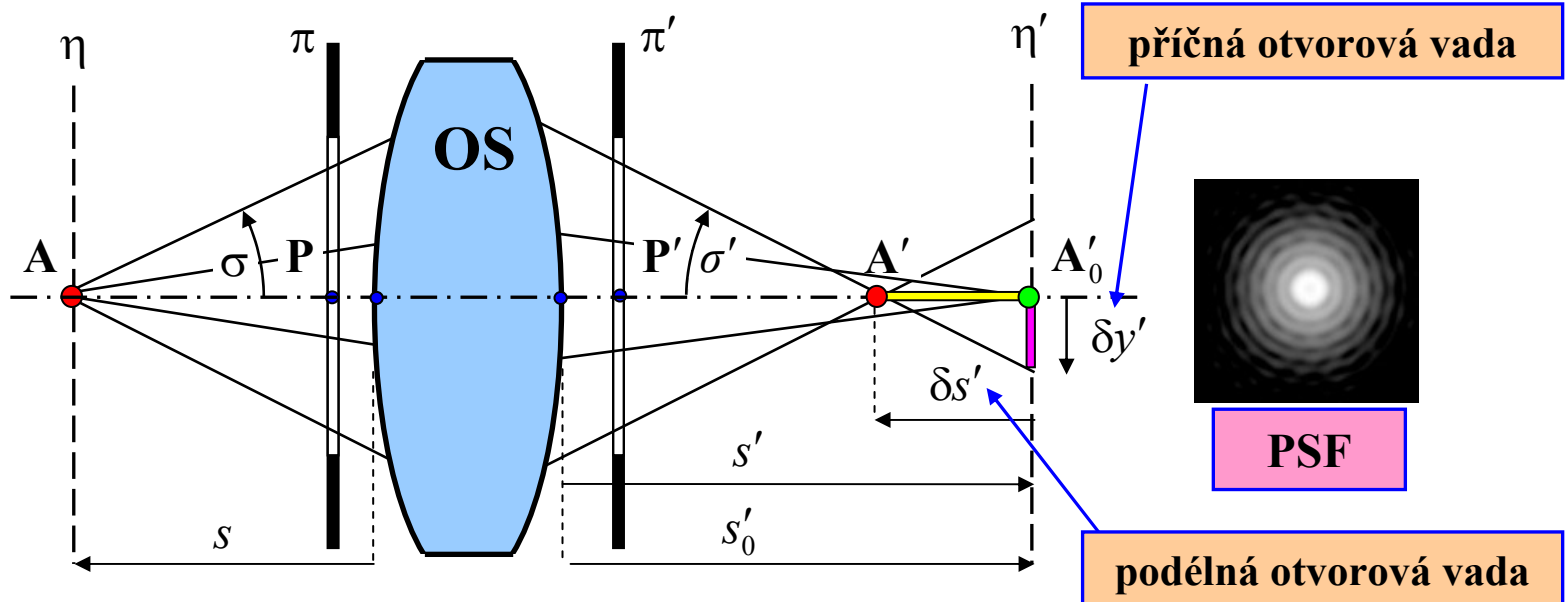
obraz bodu



# Geometrická optika

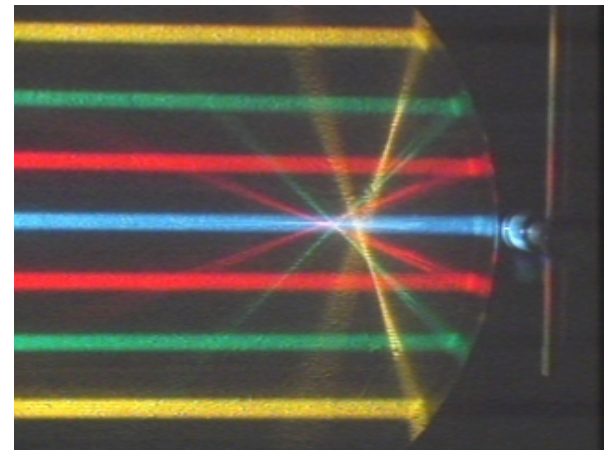
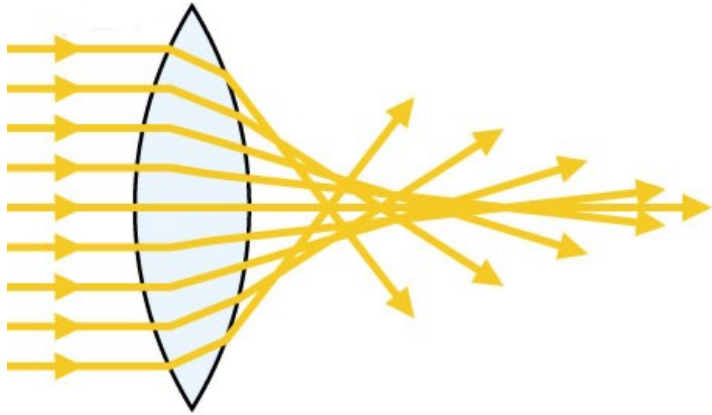
## Sférická aberace (otvorová vada)

- ⊕ vzniká při zobrazení osového bodu širokým paprskovým svazkem
- ⊕ obrazem bodu není bod, ale kruhová ploška
- ⊕ sférická aberace tedy způsobuje **neostrost obrazu** a je tuto aberaci co možná nejlépe korigovat, zejména u optických soustav s velkou numerickou aperturou



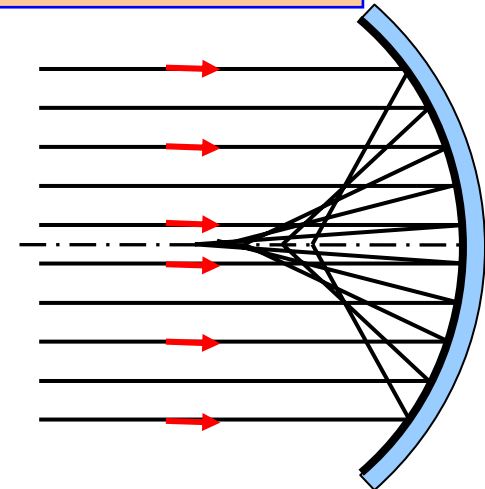
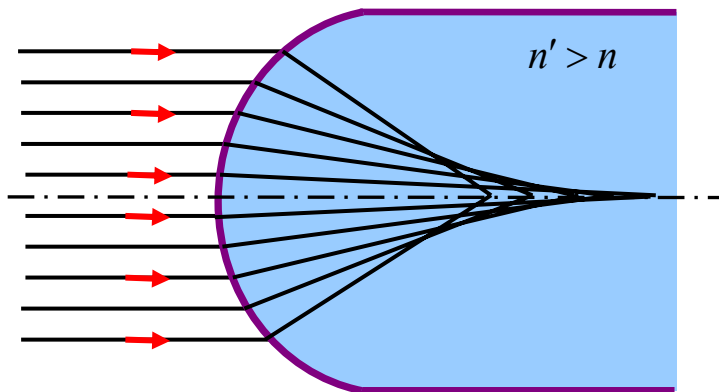
# Geometrická optika

## Sférická aberace (otvorová vada)



jednoduchá čočka

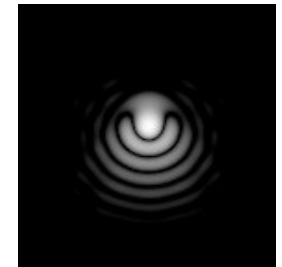
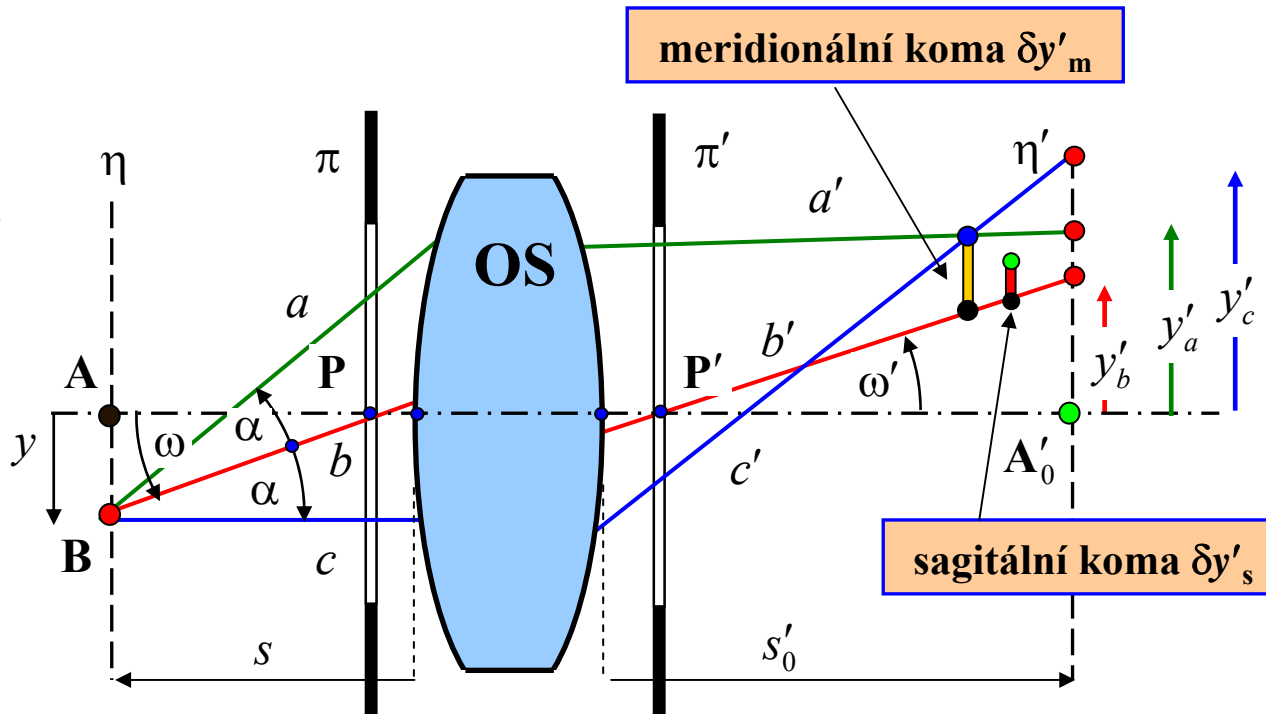
kulové zrcadlo



# Geometrická optika

## Koma

- ⊕ vzniká při zobrazení mimoosového bodu B širokým paprskovým svazkem



PSF

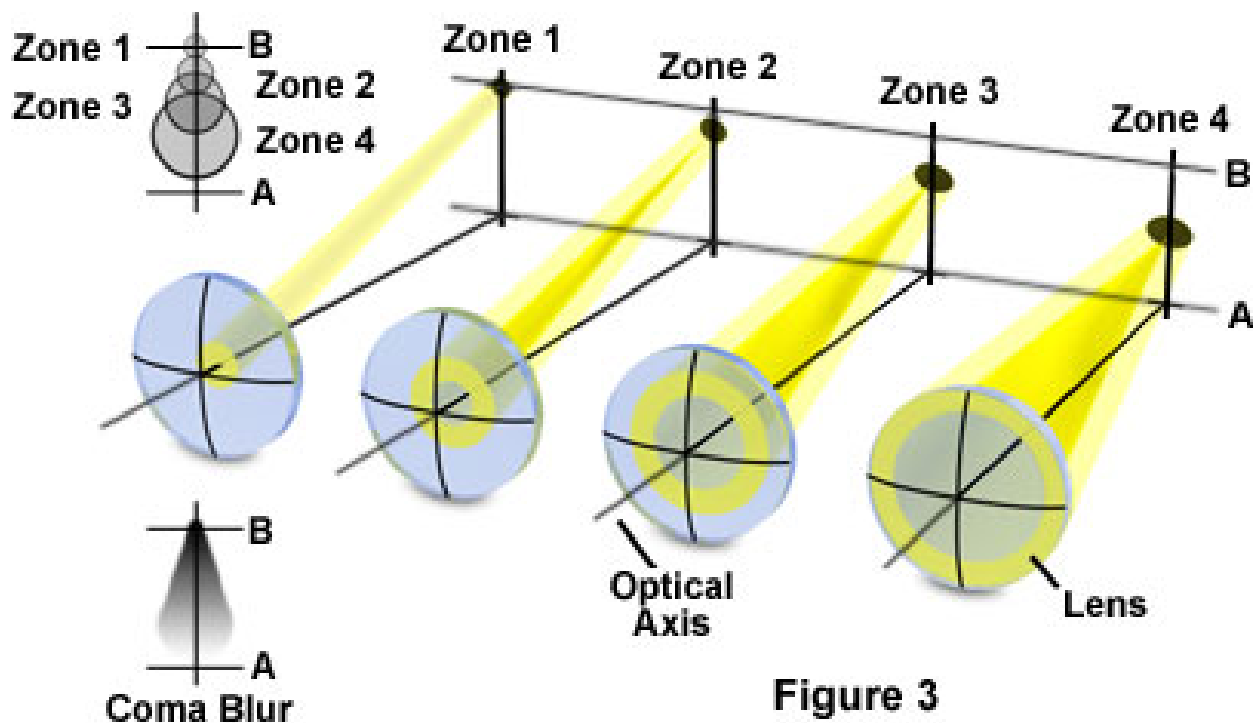
$$\delta y'_m = \frac{y'_a + y'_b}{2} - y'_c$$

# Geometrická optika

## koma

- ⊕ obrazem bodu není bod, ale protáhlá kruhová ploška s nerovnoměrným rozdělením intenzity (připomíná kometu)
- ⊕ koma tedy způsobuje **neostrost obrazu** a její vliv na zobrazení je větší nežli u sférické aberace

### Off-Axis Coma Aberration

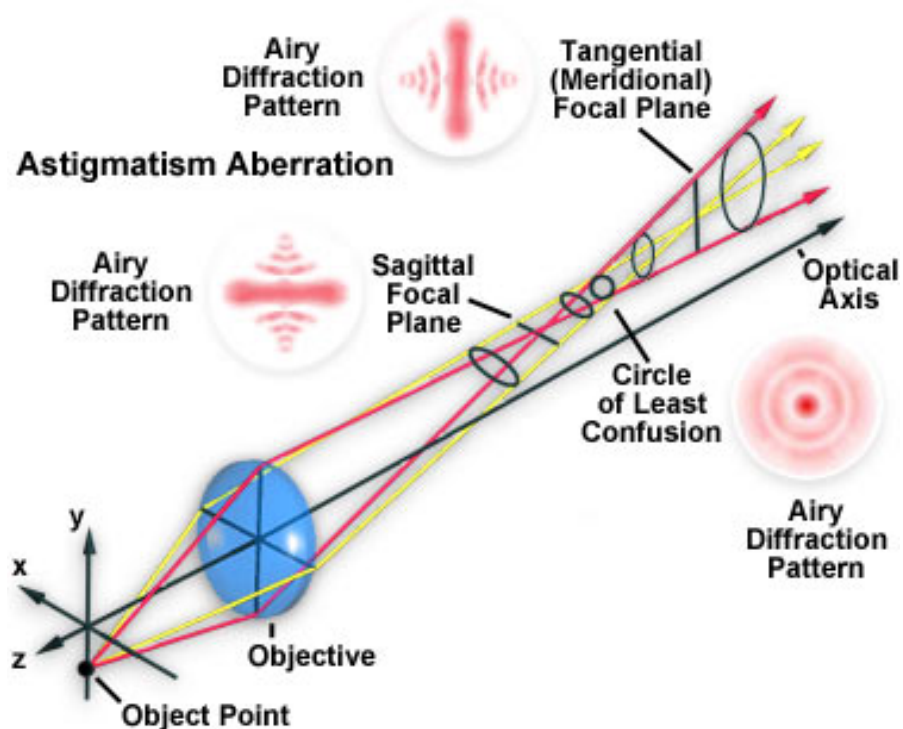




# Geometrická optika

## Astigmatismus – zklenutí pole

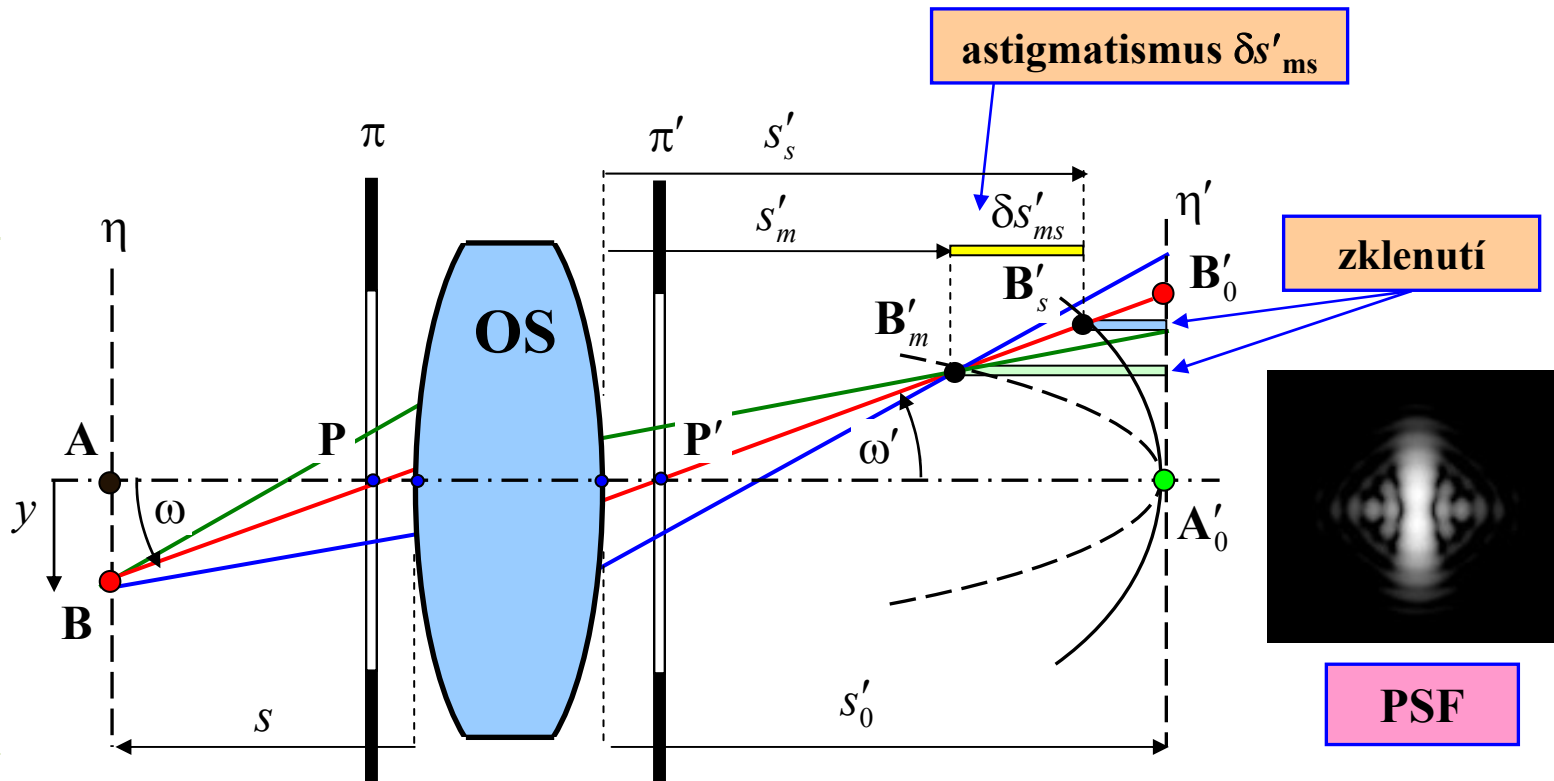
- ⊕ obrazem předmětové roviny není rovina, ale zakřivená plocha, která má s paraxiální obrazovou rovinou jeden společný bod  $A_0'$
- ⊕ obraz v paraxiální obrazové rovině bude neostrý v důsledku zakřivení obrazové plochy
- ⊕ astigmatismus způsobuje různé zklenutí obrazu v meridionální a sagitální rovině



# Geometrická optika

## Zklenutí pole - astigmatismus

- ⊕ vzniká při zobrazení mimoosového bodu úzkým paprskovým svazkem
- ⊕ obrazem předmětového bodu  $\mathbf{B}$  není bod, ale dvě fokály (úsečky) se středy v bodech  $\mathbf{B}'_s$  a  $\mathbf{B}'_m$ , které leží v různých vzdálenostech  $s'_s$  a  $s'_m$  od paraxiální obrazové roviny



# Geometrická optika

## Zklenutí pole - astigmatismus

- ⊕ obrazem předmětové roviny není rovina, ale zakřivená plocha, která má s paraxiální obrazovou rovinou jeden společný bod  $A_0'$
- ⊕ obraz v paraxiální obrazové rovině bude neostrý v důsledku zakřivení obrazové plochy
- ⊕ astigmatismus způsobuje různé zklenutí obrazu v meridionální a sagitální rovině

meridionální zklenutí  $\delta s'_m$

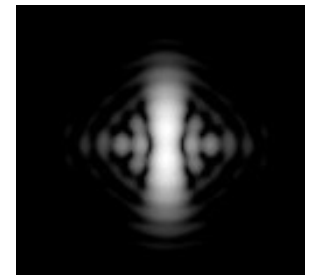
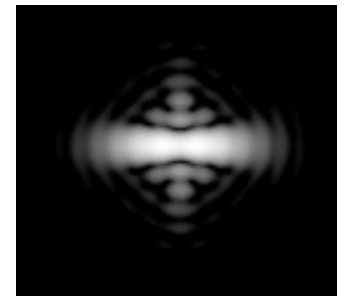
$$\delta s'_m = s'_m - s'_0$$

sagitální zklenutí  $\delta s'_s$

$$\delta s'_s = s'_s - s'_0$$

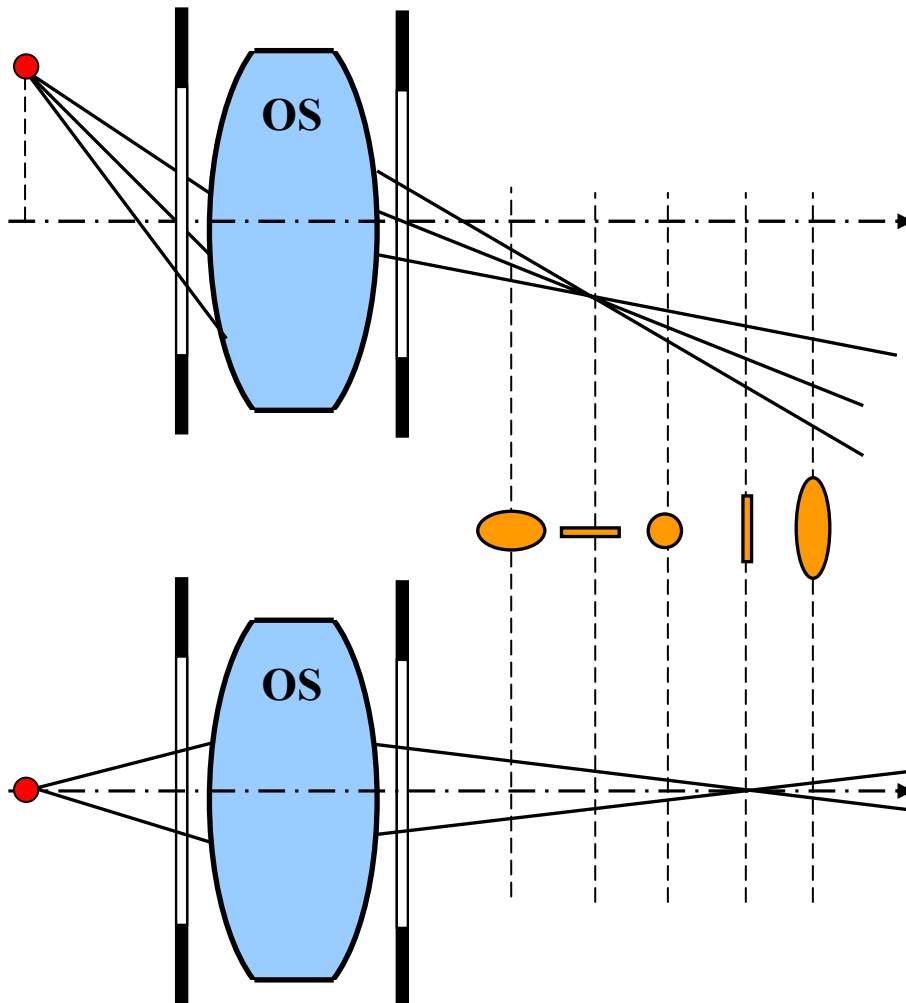
astigmatismus  $\delta s'_{ms}$

$$\delta s'_{ms} = s'_m - s'_s$$



# Geometrická optika

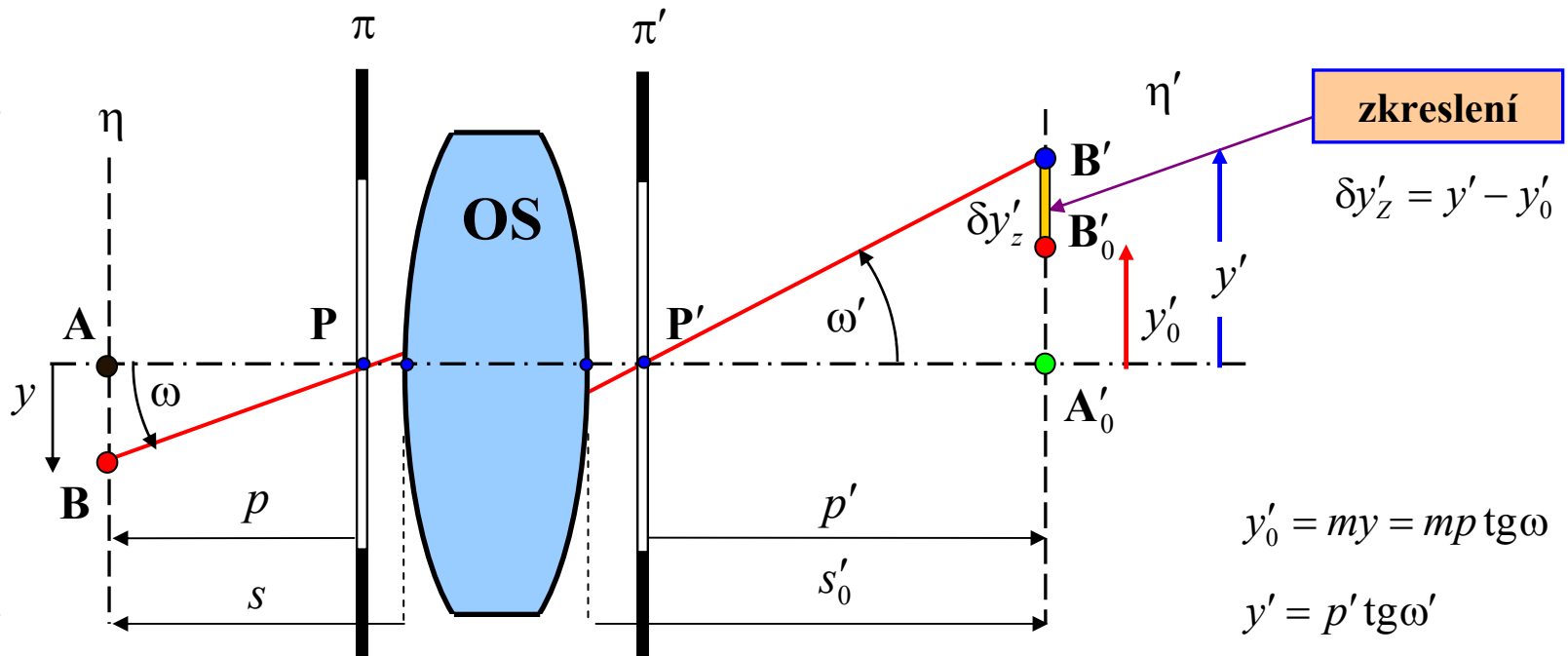
## Zklenutí pole - astigmatismus



# Geometrická optika

## Zkreslení obrazu

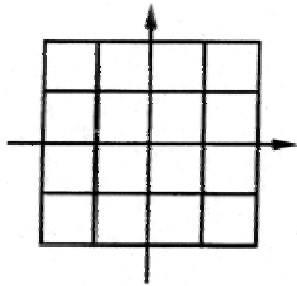
- ⊕ hlavní paprsek vycházející z mimoosového bodu B předmětu protíná paraxiální obrazovou rovinu v bodě B', který se obecně liší od paraxiálního obrazu B<sub>0</sub>'
- ⊕ zkreslení **nezhoršuje ostrost obrazu** (bod se zobrazí jako bod), ale obraz předmětu není zcela geometricky podobný předmětu tj. **dochází k deformaci geometrického tvaru obrazu** (přímka se zobrazí jako křivka, atd.)



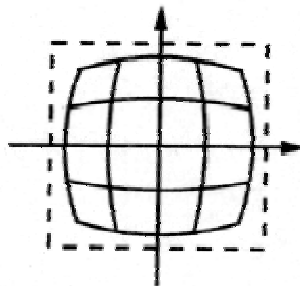
# Geometrická optika

## Zkreslení obrazu

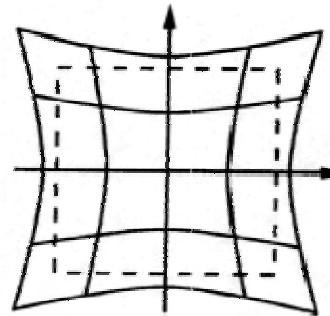
- ⊕ různě vzdálené body od osy se zobrazí s různým příčným zvětšením
- ⊕ zkreslení je nutné potlačit zejména u optických soustav používaných k měřicím účelům
- ⊕ pokud příčné zvětšení roste resp. klesá směrem od optické osy, potom se jedná o **poduškové** resp. **soudkové zkreslení**



bez  
zkreslení



soudkové  
zkreslení



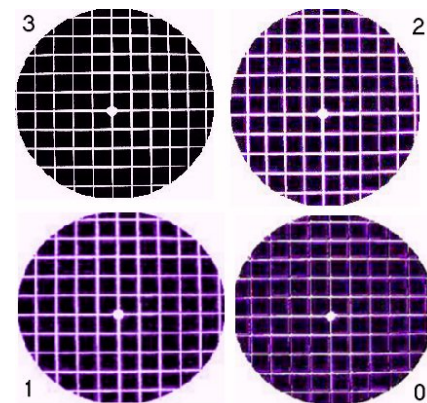
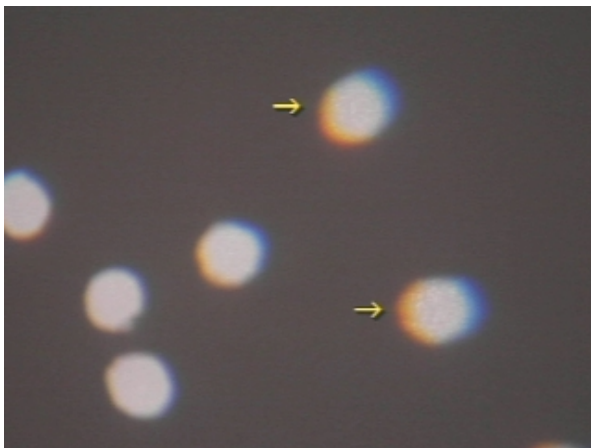
poduškové  
zkreslení



# Geometrická optika

## Chromatické (barevné) aberace optických soustav

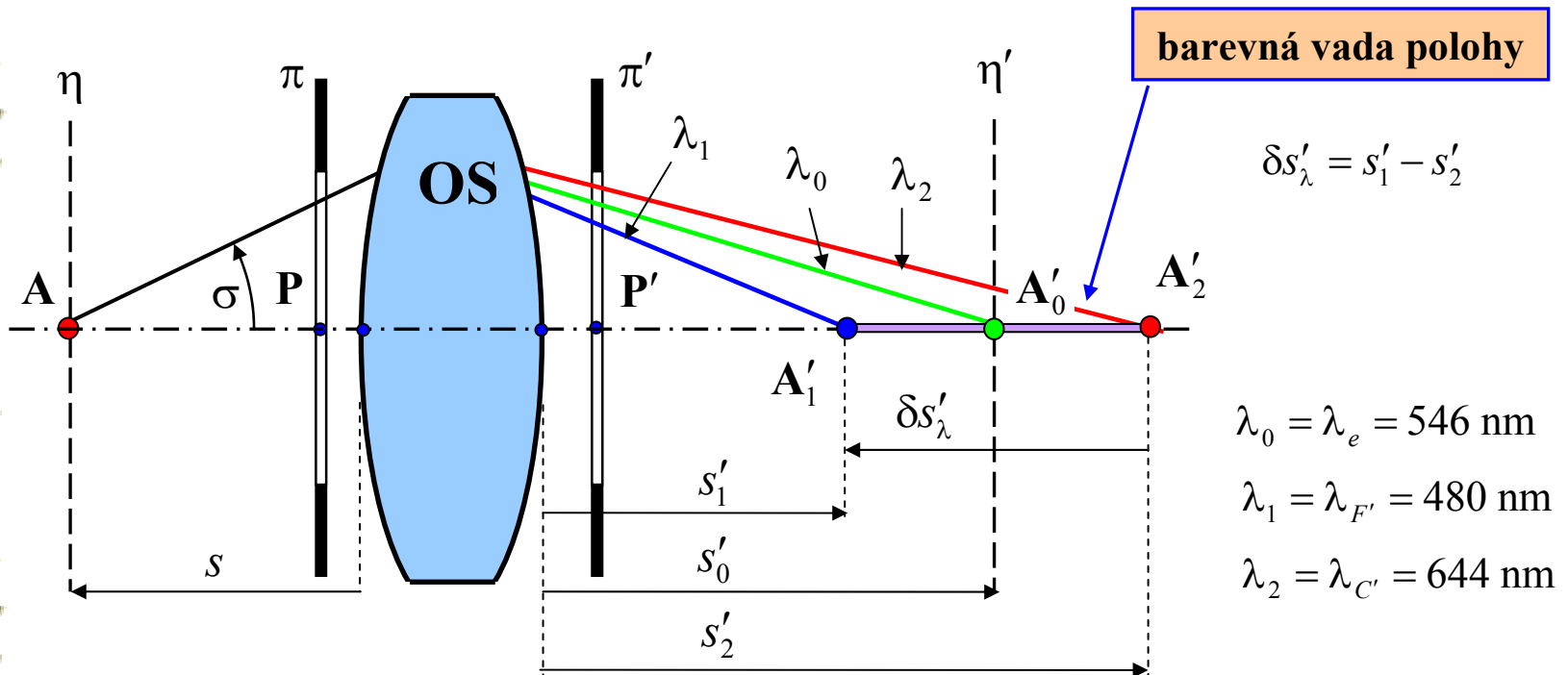
- ⊕ projeví se při zobrazování předmětu polychromatickým zářením (bílým světlem) pomocí lomu světla
- ⊕ libovolnému paprsku tohoto záření po průchodu optickou soustavou odpovídá celé **spektrum paprsků příslušných jednotlivým vlnovým délkám**, na které bylo polychromatické záření rozloženo
- ⊕ chromatické aberace jsou **způsobeny disperzí optických materiálů**, ze kterých jsou jednotlivé členy optické soustavy zhotoveny
- ⊕ barevná vada se projeví duhovým zbarvením okrajů obrazu předmětu a neostrotí obrazu



# Geometrická optika

## Barevná vada polohy

- ⊕ při zobrazení osového bodu A předmětu polychromatickým světlem se pro daný paprsek v předmětovém prostoru vytvoří celé spektrum obrazů, odpovídajících jednotlivým vlnovým délkám  $\lambda$
- ⊕ poloha obrazu tedy závisí na vlnové délce (dochází k rozostření obrazu)
- ⊕ v praxi se volí vlnové délky  $\lambda_1 < \lambda_0 < \lambda_2$ , pro které se propočte paprsek a určí se velikost této vady

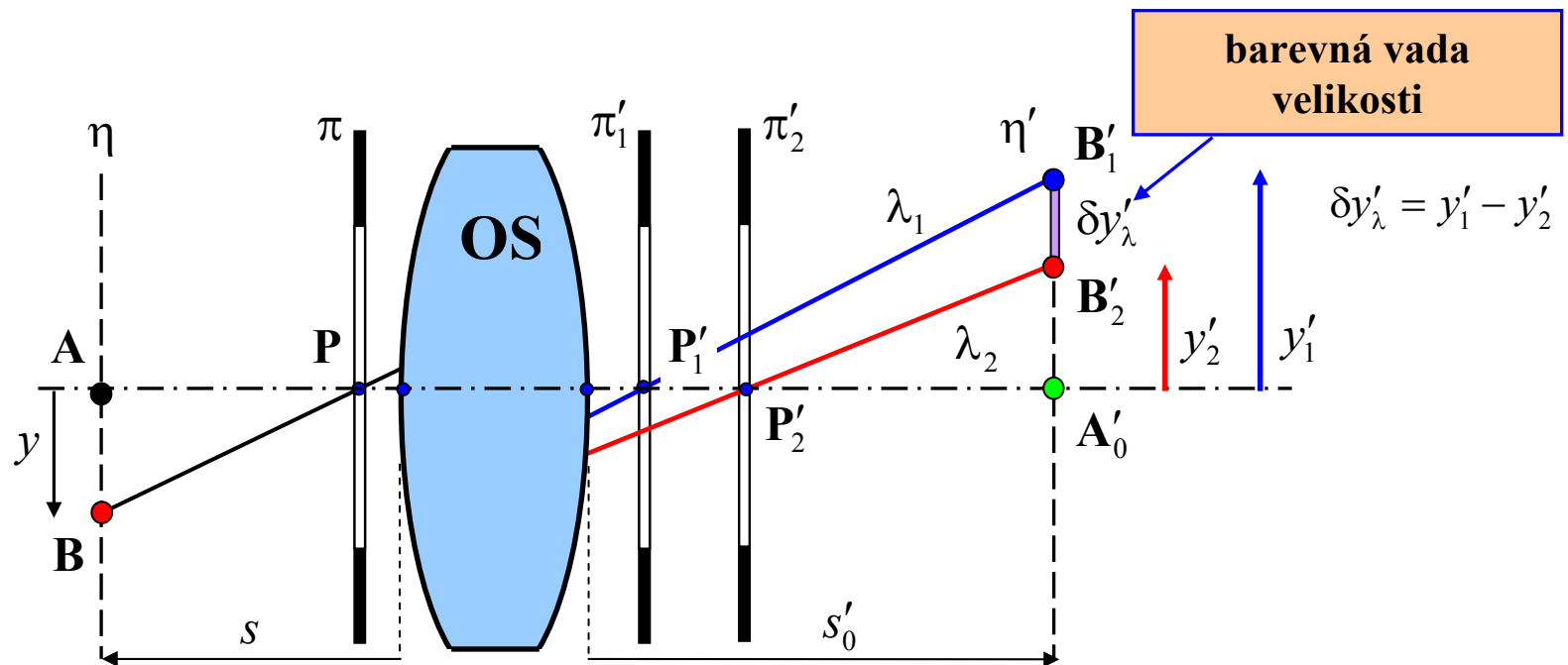




# Geometrická optika

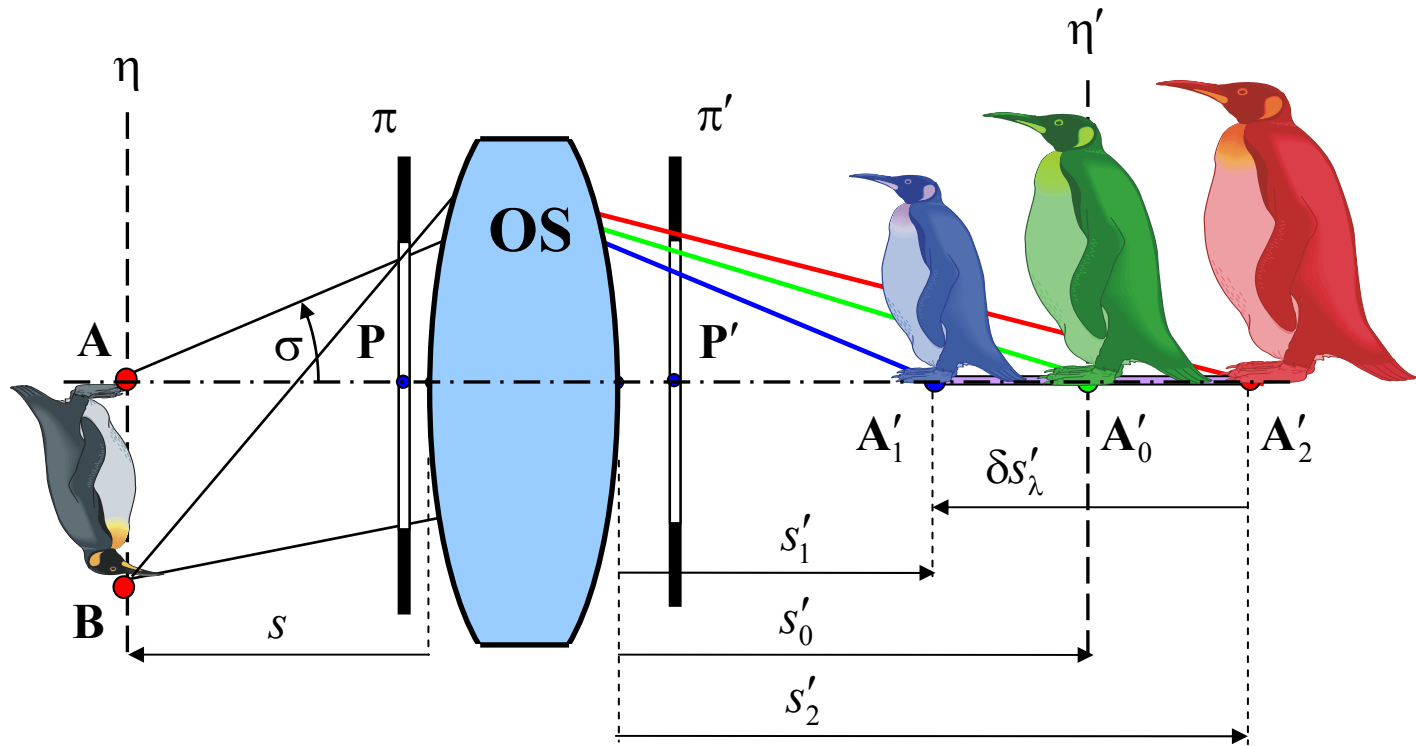
## Barevná vada velikosti

- ⊕ projevuje při zobrazení mimoosových bodů předmětu a to tím způsobem, že velikost obrazu závisí na vlnové délce světla, kterým zobrazení provádíme
- ⊕ obraz předmětu je poté barevně lemován, což působí velmi rušivě



# Geometrická optika

## Barevné vady optických soustav

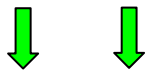


# Geometrická optika

## ⊖ Příklad:

- jak se změní ohnisková vzdálenost tenké čočky z flintového skla pro světlo o vlnové délce  $\lambda_F = 480 \text{ nm}$ ,  $\lambda_C = 644 \text{ nm}$  ( $n_F = 1,65$ ,  $n_C = 1,62$ )

$$f' = \frac{1}{(n-1)K} \quad \leftarrow K = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}$$

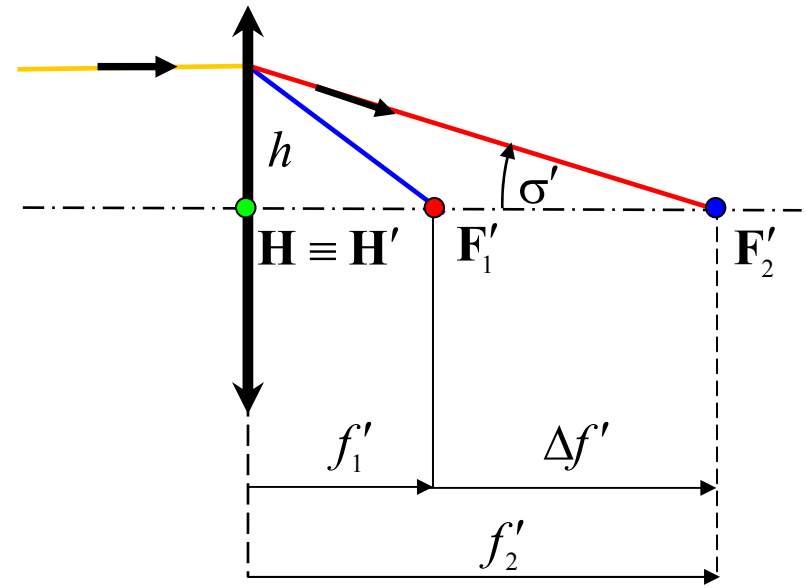


$$f'_C = \frac{1}{K(n_C - 1)} = 107,5 \text{ mm}$$

$$f'_F = \frac{1}{K(n_F - 1)} = 102,5 \text{ mm}$$

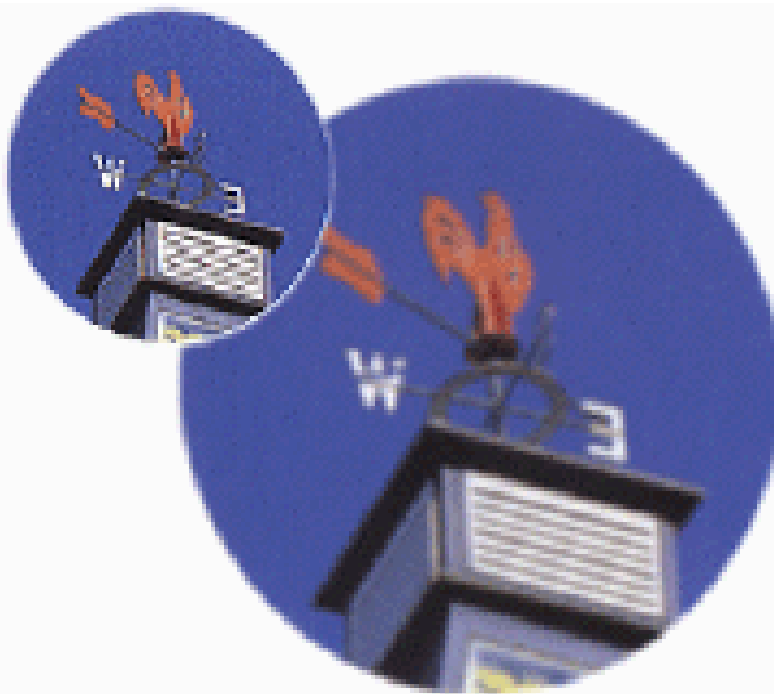


$$\Delta f' = f'_C - f'_F = \frac{1}{(n_F - 1)K} \frac{n_F - n_C}{n_C - 1} \approx 5 \text{ mm}$$

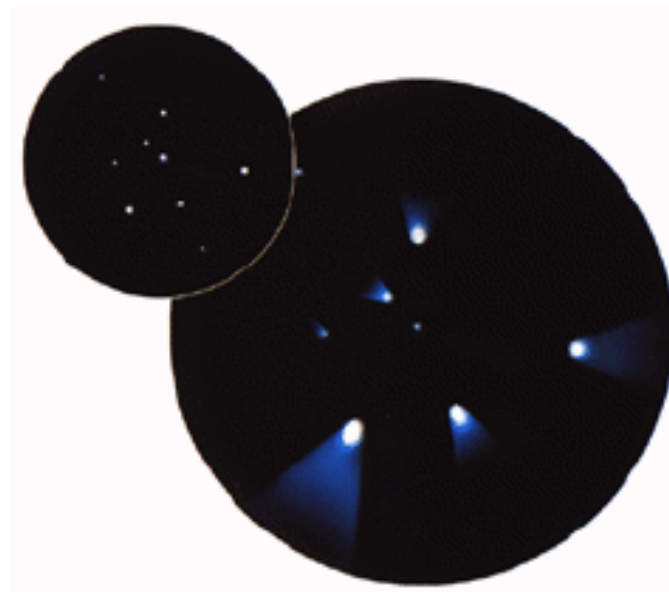


# Geometrická optika

## Příklady aberací optických soustav



otvorová vada

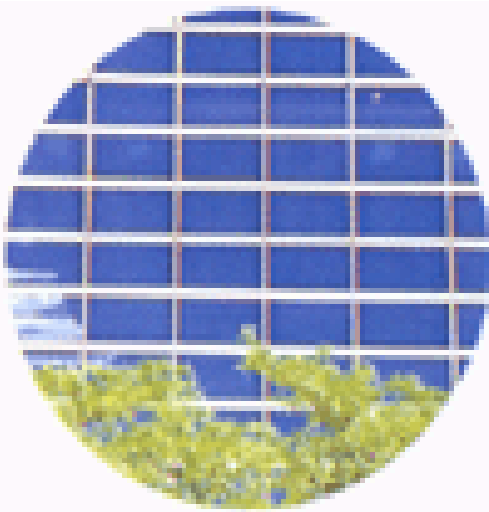


koma

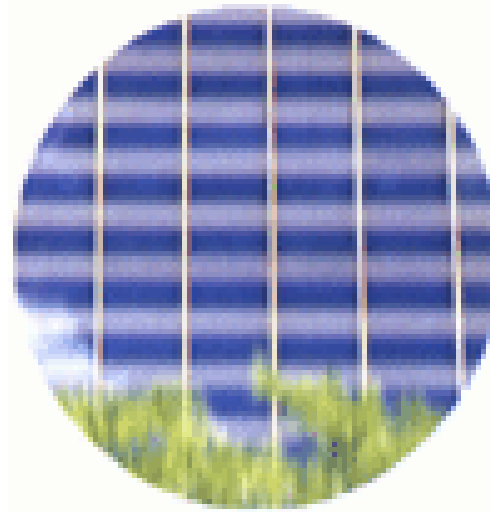
# Geometrická optika

## Příklady aberací optických soustav

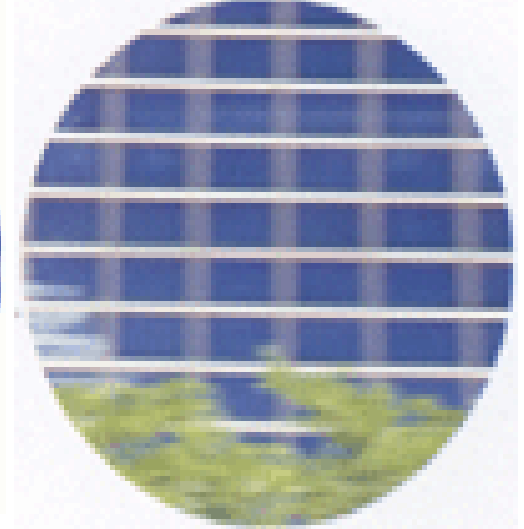
### astigmatismus



bez astigmatismu

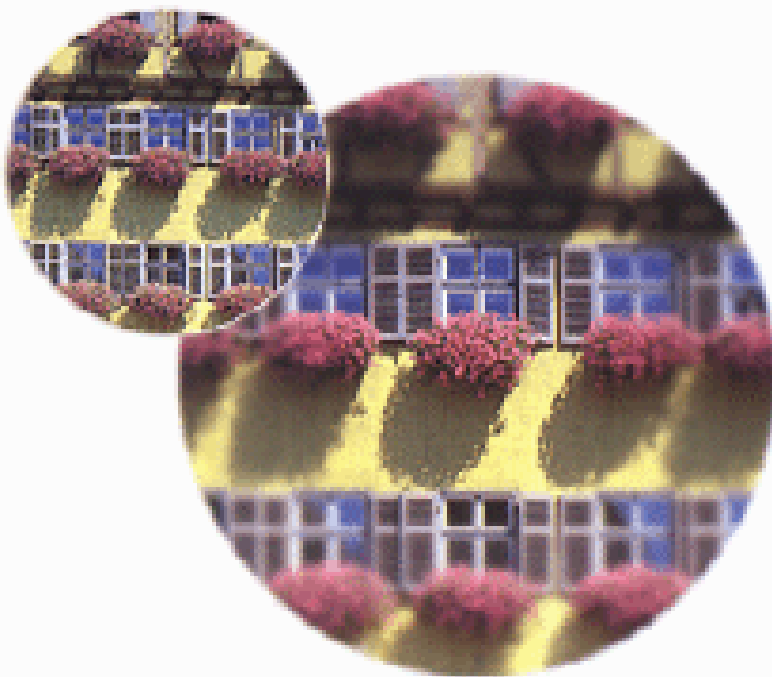


s astigmatismem

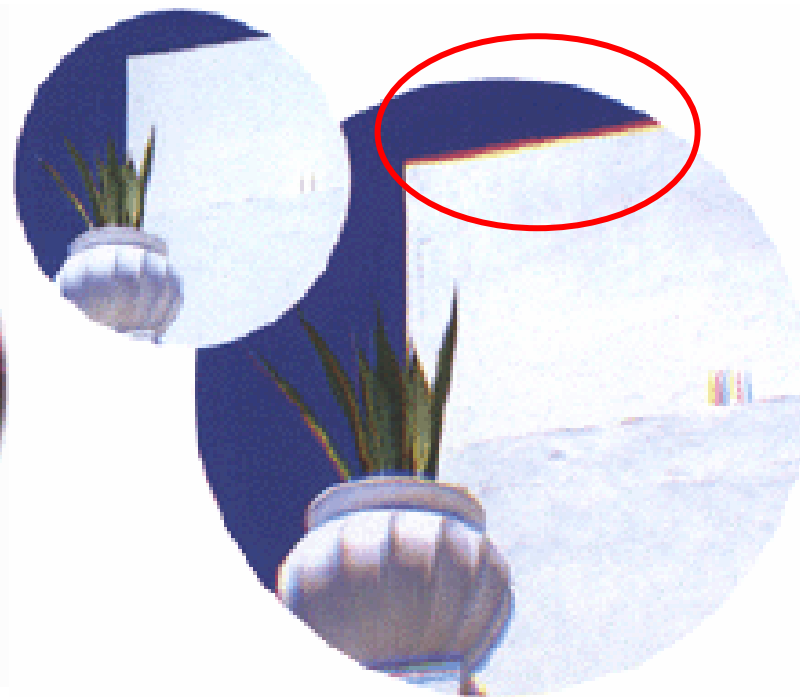


# Geometrická optika

## Příklady aberací optických soustav



zklenutí pole

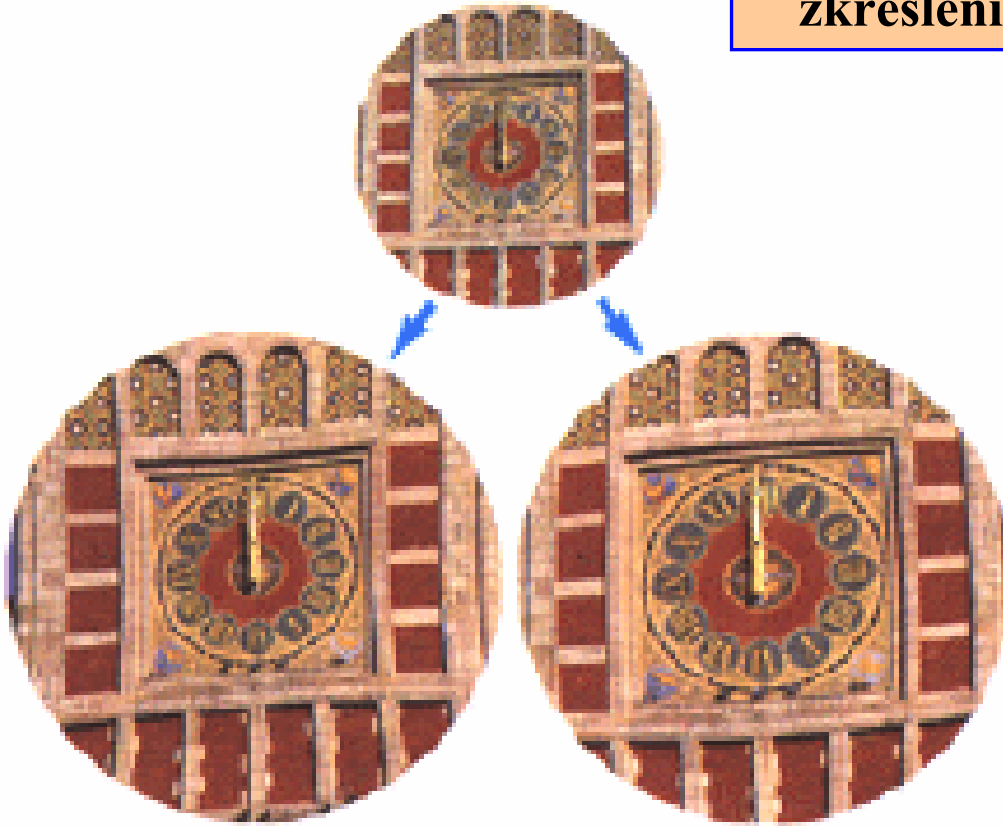


barevná vada

# Geometrická optika

## Příklady aberací optických soustav

zkreslení obrazu



poduškovité

soudkovité

# Geometrická optika

## Vyjádření vlnové aberace optické soustavy

$$W = W_{11}r \cos \varphi + W_{20}r^2 + W_{40}r^4 + W_{31}r^3 \cos \varphi + W_{22}r^2 \cos 2\varphi$$

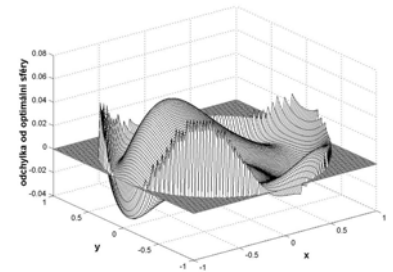
$(r, \varphi)$  - normované polární souřadnice v rovině výstupní pupily

**příčná defokusace  
a zkreslení**

$$W_{11} = \frac{\delta y'_z - \delta y'_0}{2c}$$

**podélná defokusace  
a zklenutí**

$$W_{20} = \frac{\delta s'_m + \delta s'_s}{16 n' c^2} - \frac{\delta s'_0}{8 n' c^2}$$



**otvorová vada**

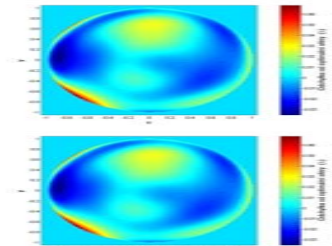
$$W_{40} = \frac{\delta s'}{16 n' c^2}$$

**koma**

$$W_{31} = \frac{\delta y'_m}{6c}$$

**astigmatismus**

$$W_{22} = \frac{\delta s'_m - \delta s'_s}{16 n' c^2}$$



$\delta y'_0$  - příčná defokusace

$\delta s'_0$  - podélná defokusace

$\delta s'$  - otvorová vada

$\delta s'_m$  - koma

$\delta s'_t$  - tangenciální zklenutí

$\delta s'_s$  - sagitální zklenutí

$c$  - clonové číslo optické soustavy

$n'$  - index lomu obrazového prostředí



# Geometrická optika

## Potlačení aberací optických soustav

- ⊕ v praxi je nutné aberace optických soustav korigovat (potlačit), aby co nejméně ovlivňovaly zobrazení

Pro odstranění aberací se nejčastěji používá:

- ⊕ **vhodné kombinace klasických jednoduchých a složených optických prvků** (jednoduché čočky, dublety, triplety, hranoly, zrcadla,...), vyrobených z různých typů optických materiálů (s různou disperzí)
- ⊕ **prvků s asférickými odraznými a lámavými plochami** (asférické čočky, asférická zrcadla)
- ⊕ **speciálních optoelektronických prvků** (např. difrakční prvky, fázové modulátory, gradientní prvky, ...), jimiž lze dosáhnout větší kompaktnosti a jednoduchosti navrhovaných optických soustav

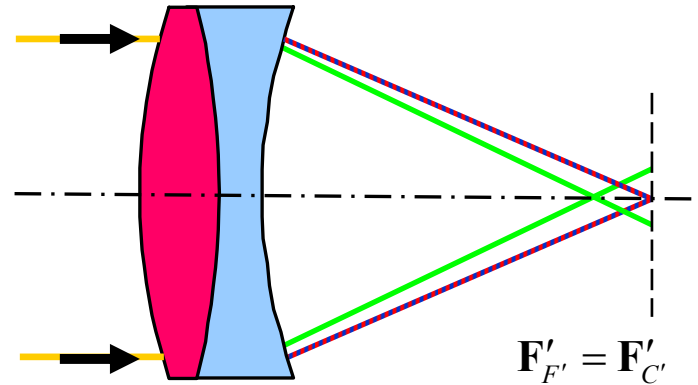
# Geometrická optika

## Potlačení aberací – kombinace optických lámavých prvků

### korekce barevné vady

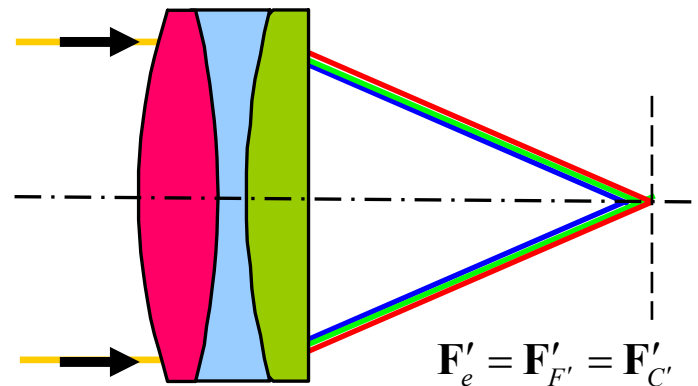
#### achromáty

- ⊕ barevná vada korigována pro 2 vlnové délky



#### apochromáty

- ⊕ barevná vada korigována pro 3 vlnové délky

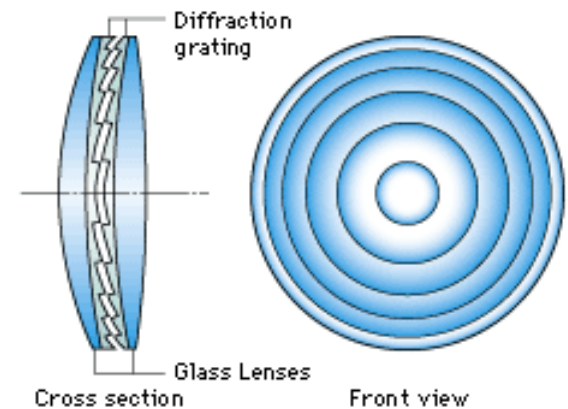
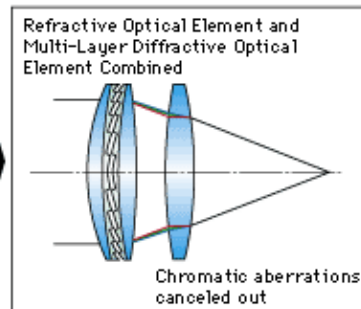
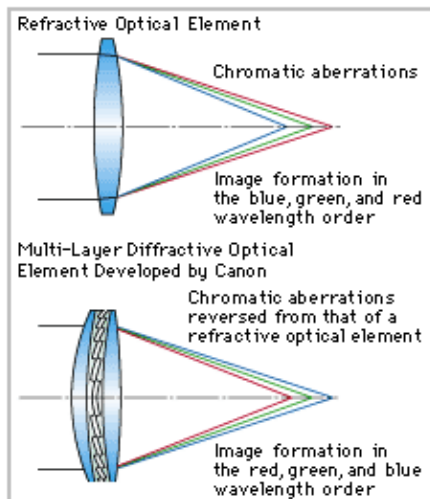
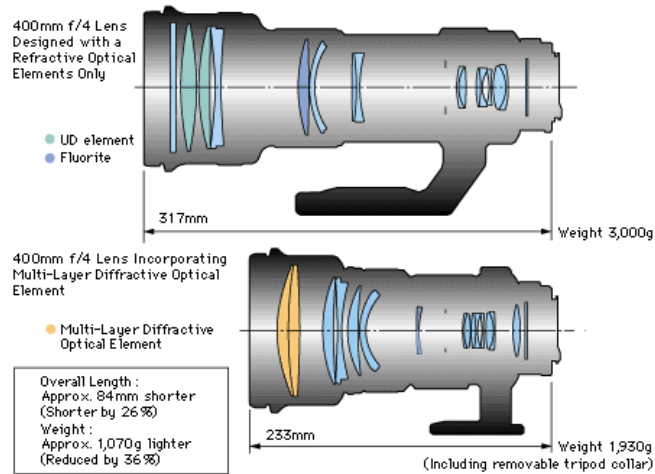


#### superachromáty

- ⊕ barevná vada korigována pro 4 a více vlnových délek

# Geometrická optika

## Potlačení aberací – kombinace lámavých a difraktivních optických prvků



# Geometrická optika

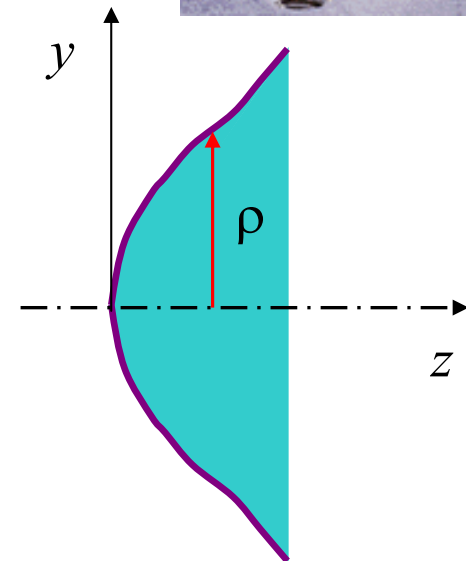
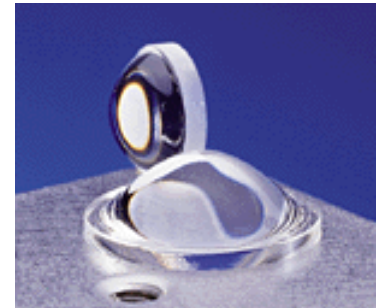
## Asférické optické plochy

- ⊕ pro konstrukci mnohých optických soustav se využívají **asférické lámavé a odrazné plochy**, které umožňují efektivněji korigovat aberace optických soustav

rotačně symetrická asférická plocha

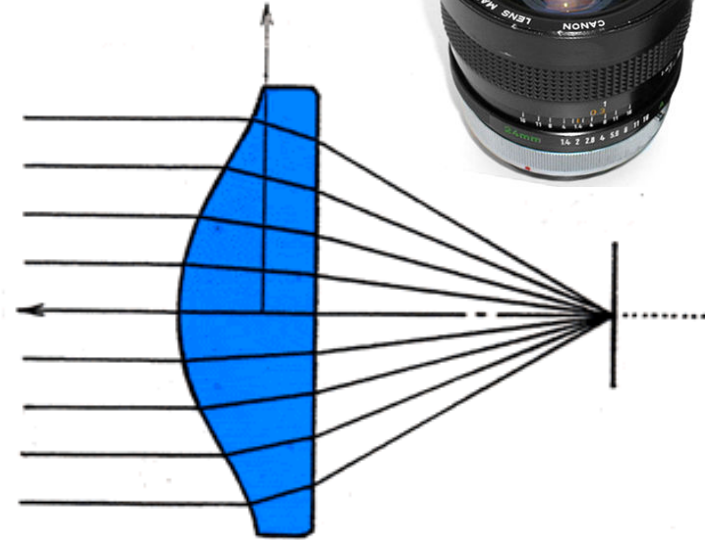
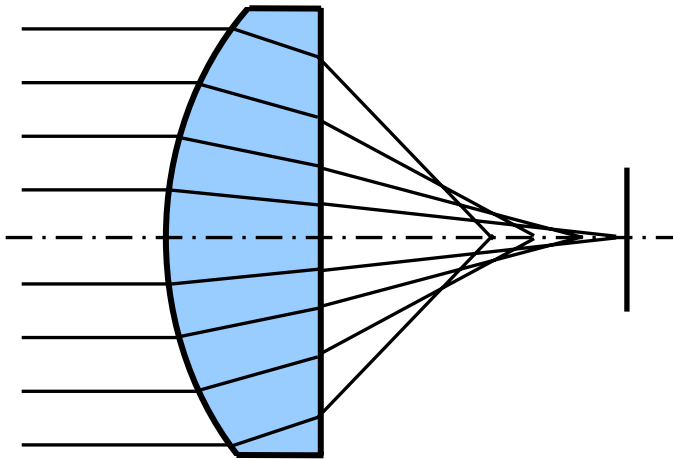
$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2} \quad c = 1/r$$

$$z = \frac{c\rho}{1 + \sqrt{1 - (1+k)c^2\rho^2}} + a_2\rho^2 + a_4\rho^4 + a_6\rho^6 + \dots$$



# Geometrická optika

## Asférické optické plochy



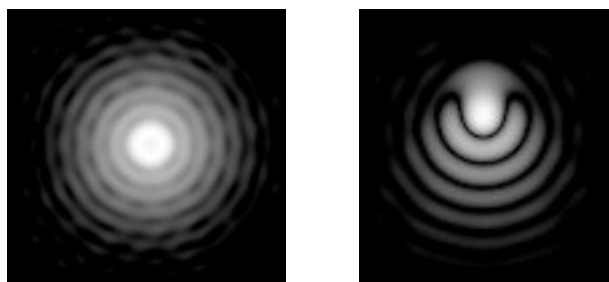
**použitím asférických ploch lze dosáhnout větší kompaktnosti a jednoduchosti optických soustav s korigovanými vadami**



# Geometrická optika

## Difrakční teorie optického zobrazení

- ⊕ v důsledku konečných rozměrů optických soustav není obrazem bodu bod, ale jistá **difrakční ploška s určitým rozdělením intenzity**



rozptylová funkce bodu

Rozdělení energie v difrakčním obrazci závisí na:

- ⊕ vlnové délce světla
- ⊕ tvaru pupily
- ⊕ clonovém čísle
- ⊕ propustnosti optické soustavy
- ⊕ poloze předmětu
- ⊕ typu záření
- ⊕ aberacích optické soustavy

# Geometrická optika

## Fyzikálně dokonalá soustava

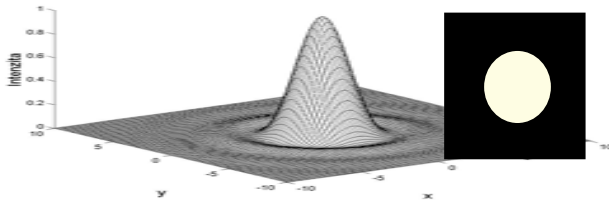
- ⊕ soustava bez aberací, jejíž vlastnosti jsou omezeny pouze vlnovou povahou světla

- zobrazení nekoherentním zářením
- rovnoměrně osvětlená
- rovnoměrně propustná pupila

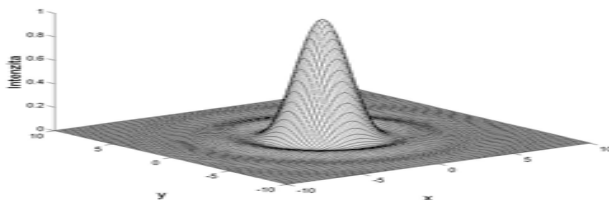
$$I_n(r) = \left[ \frac{2J_1(\tau)}{\tau} \right]^2 \quad \tau = \frac{\pi r}{\lambda c} = \frac{\pi \sqrt{x^2 + y^2}}{\lambda c}$$

$$I_n(x, y) = \left[ \frac{\sin(\alpha)}{\alpha} \right]^2 \left[ \frac{\sin(\beta)}{\beta} \right]^2$$
$$\alpha = \frac{\pi x}{\lambda c} \quad \beta = \frac{\pi y}{\lambda c}$$

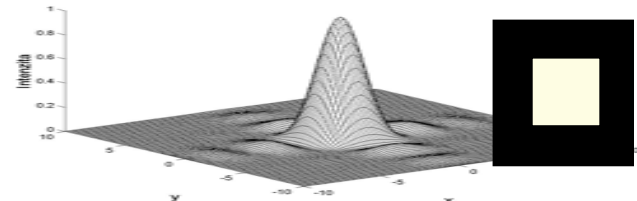
Rozptylová funkce bodu - kruhová pupila



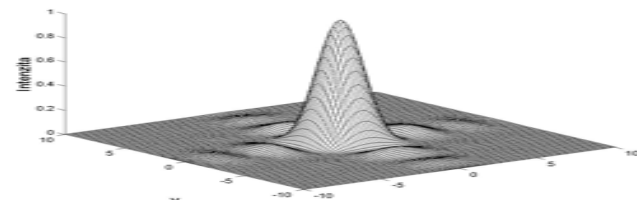
Rozptylová funkce bodu - kruhová pupila



Rozptylová funkce bodu - čtvercová pupila



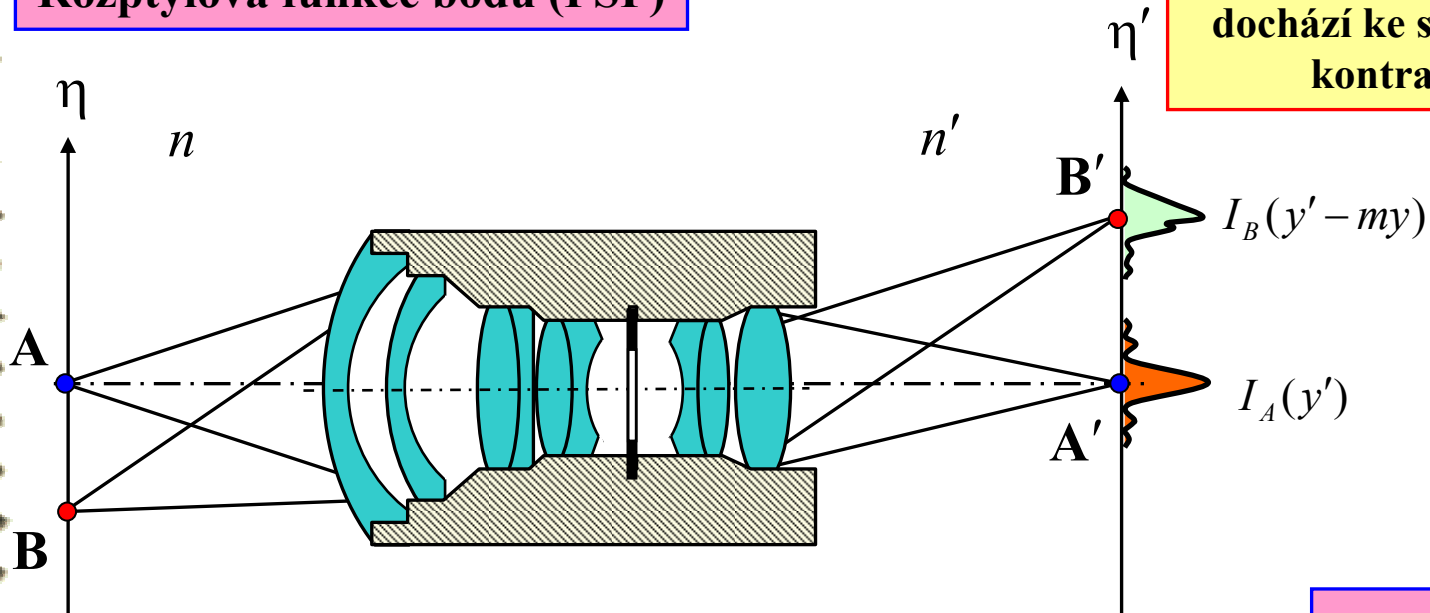
Rozptylová funkce bodu - čtvercová pupila



# Geometrická optika

Rozptylová funkce bodu (PSF)

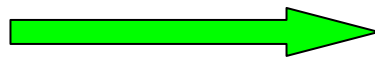
optickým zobrazením dochází ke snižování kontrastu



předmět

$$K = \frac{L_{\max} - L_{\min}}{L_{\max} + L_{\min}}$$

$$K' = D(R')K$$



funkce přenosu kontrastu  $D(R')$



obraz

$$K' = \frac{E_{\max} - E_{\min}}{E_{\max} + E_{\min}}$$

prostorová frekvence  $R'$  obrazu [čár/mm]

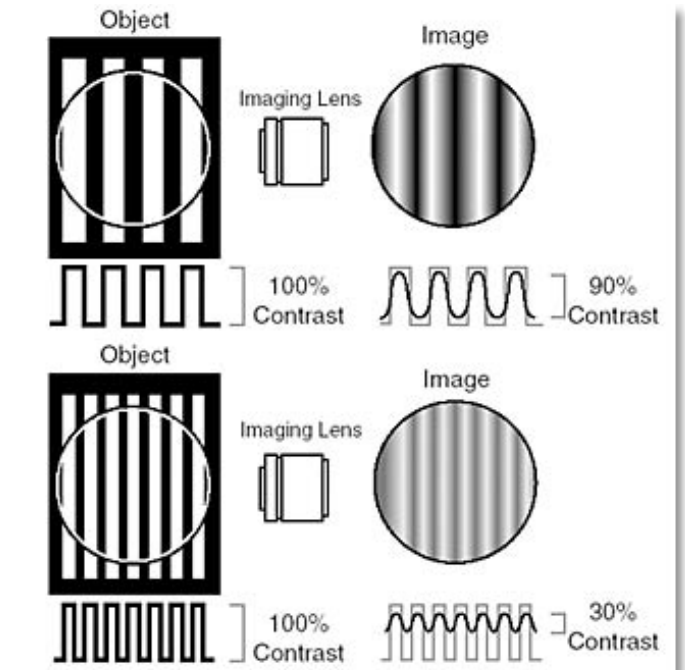
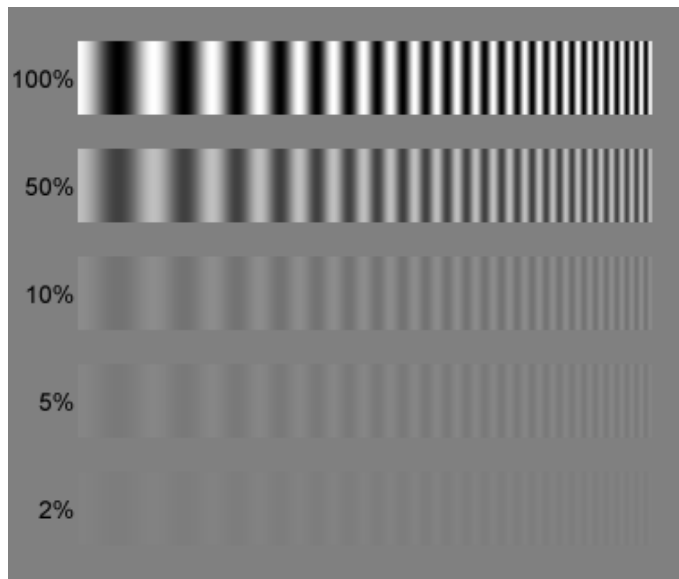
$$R' = R / m$$



# Geometrická optika

## Funkce přenosu kontrastu (MTF)

- ⊕ udává, s jakým kontrastem bude předmět zobrazen
- ⊕ **struktury předmětu s různou prostorovou frekvencí budou zobrazeny s různým kontrastem**
- ⊕ **snížení kontrastu má vliv na ostrost obrazu a rozlišovací schopnost optické soustavy**



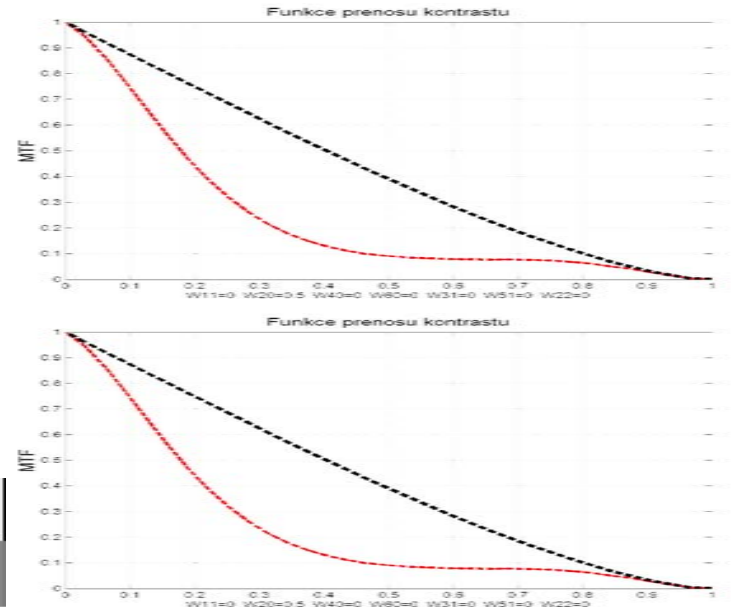
# Geometrická optika

## Funkce přenosu kontrastu (MTF) – fyzikálně dokonalá soustava

- zobrazení nekoherentním zářením
- rovnoměrně osvětlená kruhová pupila
- rovnoměrně propustná pupila

$$D(\omega) = \frac{2}{\pi} [\arccos \omega - \omega \sqrt{1 - \omega^2}]$$

$$\omega = \lambda c R' \quad \omega \in \langle 0, 1 \rangle$$



⊕ **mezní prostorová frekvence  $R_{\max}$** , kterou je schopna optická soustava přenést s nulovým kontrastem

$$R'_{\max} = 1/\lambda c$$

$$R'_{50\%} = 0,4 R'_{\max}$$

$$R'_{10\%} = 0,8 R'_{\max}$$

$c$	1,0	1,2	1,4	1,8	2,0	2,8	5,6	8,0	11	16	22
$R_{\max}$	1831	1526	1308	1017	916	654	327	229	166	114	83

# Geometrická optika

## Vliv aberací na kvalitu zobrazení

- ⊕ **aberrace optické soustavy ovlivňují**
  - ⊕ rozptylovou funkci bodu
  - ⊕ funkci přenosu kontrastu
  - ⊕ hloubku ostrosti optické soustavy
  
- ⊕ **cloněním se zlepšuje kvalita zobrazení a zvětšuje se hloubka ostrosti**

# Geometrická optika

## Kvalita zobrazení

- ⊕ zbytková hodnota vlnové aberace musí být co nejmenší v co nejširší spektrální oblasti
- ⊕ je-li zbytková vlnová aberace  $W$  optické soustavy menší nežli  $\frac{1}{4}$  vlnové délky (tj.  $W < \lambda/4$ ), potom se zobrazení prakticky neliší od zobrazení fyzikálně dokonalou optickou soustavou

Rayleighovo kritérium

Strehlovo kritérium

- ⊕ je-li poměr intenzity ve středu difrakčního obrazce optické soustavy zatížené aberacemi a fyzikálně dokonalé soustavy menší nežli 0,8, potom se zobrazení prakticky neliší od zobrazení fyzikálně dokonalou optickou soustavou

$S.D. > 0,8$